

Основи конструювання Деталі машин, їх класифікація. Вимоги до машин і їх деталей. Основні критерії працездатності машин та їх деталей. Застосування деталей машин і механізмів у сільськогосподарській техніці.

Інформація

У машинобудуванні розрізняють деталі і вузли загального і спеціального призначення. Усі деталі та вузли загального призначення поділяються на три основні групи: з'єднання і деталі з'єднань (болти, шпильки, шпонки тощо); механічні передачі; деталі і вузли, що обслуговують передачі (вали, підшипники, муфти тощо). Основні вимоги до деталей і вузлів: міцність, жорсткість, довговічність, теплостійкість, мала вага і мінімальні габарити, технологічність. Виконання цих вимог забезпечується в процесі розрахунків.

◆ Питання для самоконтролю

1. Яка різниця між машиною і механізмом?
2. Дайте визначення машини – двигуна, робочої машини, наведіть приклади таких машин.
3. Дайте визначення деталі.
4. Назвіть деталі загального і спеціального призначення.
5. Які умови визначають раціональність конструкції машини та її вузлів?
6. Які основні вимоги ставляться до машин і їх деталей?
7. Назвіть основні критерії працездатності та розрахунку деталей машин.

3.2. Загальні відомості про передачі

Призначення передач у машинах. Класифікація передач. Принцип роботи основних типів передач. Основні кінематичні і силові співвідношення для механічних передач.



Прочитайте

Л-3, §§ 3.17–3.18; Л-5, с. 251–253; Л-7, §§ 6.1–6.2; Л-8, §§ 92–93; Л-12, с. 21–23.



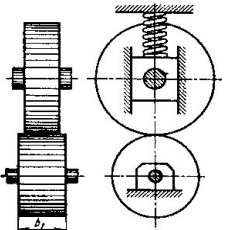
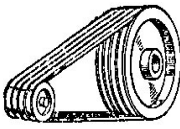
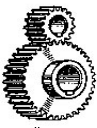
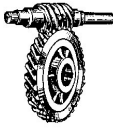
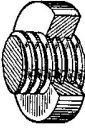
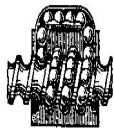
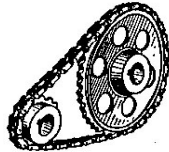
Інформація

Для передачі руху від машин-двигунів до робочих машин застосовуються, головним чином, передачі обертального руху. Механічні передачі за принципом дії класифікуються на передачі тертям і зачепленням, а за взаємним розміщенням ланок – на передачі безпосереднього контакту та передачі гнучким зв'язком (табл. 8). Незалежно від типу передачі спільною для всіх є наявність ведучих і ведених ланок, єдність кінематичних і силових співвідношень.

Таблиця 8

Класифікація механічних передач

За принци- пом дії	За розміщенням ланок	
	передачі з безпосереднім контактом	передачі з гнучкою ланкою

Передачі тертям	Фрикційна 	Пасова 
Передачі зачепленням	Зубчаста  Гвинт-гайка  Черв'ячна  	Ланцюгова 

→ Запам'ятайте

Всі механічні передачі характеризуються передаточним числом чи відношенням. Відношення кутових швидкостей двох валів – ведучого до веденого називають **передаточним числом**
$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

. Якщо $u > 1$, передачу називають сповільнюючою, якщо $u < 1$, передачу називають прискорюючою. У приводах з великим передаточним числом, складених із кількох послідовно з'єднаних передач (багатоступеневі передачі), загальне передаточне число дорівнює добутку передаточних чисел кожної ступені передачі $u_{\text{заг}} = u_1 u_2 \dots u_n$. Передача потужності від ведучого вала до веденого завжди супроводжується втратою частини передаваної

потужності внаслідок шкідливих опорів. Відношення значень потужності на веденому валу до потужності на ведучому валу називають **механічним коефіцієнтом корисної дії** (к.к.д.) $\eta = \frac{P_2}{P_1}$.

Загальний к.к.д. багатоступеневої передачі $\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n$. Передачі обертового руху служать не тільки для перетворення швидкостей і передачі енергії, але й для перетворення моментів: $M_2 = M_1 \eta$.

◆ Питання для самоконтролю

1. Чим викликана необхідність застосування механічних передач?
2. За якими ознаками класифікуються механічні передачі?
3. Якими основними параметрами характеризуються передачі?
4. З якою метою застосовуються передачі з передаточним відношенням, рівним одиниці?
5. Вказати, який за принципом передачі руху тип передачі застосовується у велосипеді.
6. Визначити частоту обертання веденого вала n_2 одноступінчастої зубчастої передачі ($z_1 = 20$, $z_2 = 60$), якщо частота обертання ведучого вала $n_1 = 900 \text{ хв}^{-1}$.

3.3. Фрикційні передачі

Призначення, будова, принцип роботи, класифікація та застосування фрикційних передач. Матеріали котків. Основні геометричні і кінематичні співвідношення. Сили в передачі. Умови працездатності передачі. Основні відомості про розрахунок передачі на контактну витривалість.

Інформація

У фрикційній передачі обертальний рух від ведучого котка до веденого передається силами тертя між дисками, циліндрами чи конусами, які притискаються один до одного (рис. 46). Фрикційні передачі застосовуються, головним чином, у механізмах невеликої потужності, бо при передачі значних потужностей збільшуються сили взаємного притискання котків, розміри валів та підшипників, а відповідно і громіздкість приводу. Найчастіше фрикційні передачі застосовуються у вигляді варіаторів для безступеневого регулювання кутової швидкості веденої ланки. Визначення основних розмірів циліндричних фрикційних передач виконується по міжосьовій відстані. Умова працездатності фрикційної передачі

$$R_f \geq F_t,$$

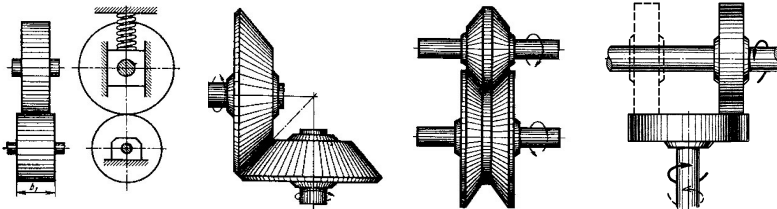
де $F_t = \frac{2T_2}{D_2}$ – колова сила,

$R_f = \mu F_r$ – сила тертя в місці контакту котків,

$F_r = \frac{KF_t}{f}$ – сила притискання котків,

K – коефіцієнт запасу зчеплення.

Порушення цієї умови призводить до буксування і швидкого спрацювання котків.



◆ **Питання для самоконтролю**

1. Назвати переваги і недоліки фрикційної передачі.

2. Які матеріали застосовуються для виготовлення робочих поверхонь фрикційних котків? Які властивості повинні мати ці матеріали?

3. Пояснити процес втомлюваного викришування робочих поверхонь котків закритої фрикційної передачі.

4. Які пристрої називаються варіаторами?

3.4. Зубчасті передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування зубчастих передач. Класифікація зубчастих передач. Підрізання та коригування зубів. Точність зубчастих передач. Основні вимоги до зубчастого зачеплення. Матеріали і конструкції зубчастих коліс. Види руйнування зубів.

Прямозубі циліндричні передачі. Основні геометричні співвідношення. Сили, що діють у зачепленні. Розрахунок зубів на контактну і згинальну витривалість. Вибір основних параметрів, розрахункових коефіцієнтів, допустимих напружень.

Непрямозубі циліндричні передачі. Основні геометричні співвідношення. Сили, що діють у зачепленні. Особливості розрахунку непрямозубих передач на контактну міцність та згин.

Прямозубі конічні передачі: основні геометричні співвідношення, сили в зачепленні, особливості розрахунку, конструкція зубчастих коліс.

Інформація

Зубчасті передачі – найбільш поширений тип механічних передач у сучасному машинобудуванні. Їх використовують у широкому діапазоні швидкостей (до 100 м/с), потужностей (до десятків тисяч кіловат) і передаточних чисел. Залежно від взаємного розміщення осей коліс розрізняють зубчасті передачі з циліндричними колесами (рис. 47 а...д), конічними (рис. 47 ж...і), гвинтовими (рис. 47 е,к). Залежно від розміщення зубів відносно твірних коліс розрізняють передачі прямозубі, косозубі, шевронні і з криволінійними зубами. Циліндричні колеса можуть бути з зовнішнім і внутрішнім (рис. 47 д) зачепленням. Із перелічених зубчастих передач найбільшого розповсюдження набули циліндричні прямозубі (рис. 47 а) та косозубі (рис. 47 б) передачі, як найбільш прості у виготовленні й експлуатації. Конічні передачі застосовують тільки в тих випадках, коли це необхідно за умовами компонування машини; гвинтові – лише в спеціальних випадках. У процесі роботи на зуби діють сили передаваного навантаження і сили тертя, які викликають такі основні види руйнування зубів: злам внаслідок повторно-змінних напружень згину і перевантаження, спрацювання – основний вид руйнування зубів відкритих передач, втомлюване викришування – основний вид руйнування зубів більшості закритих передач. Визначення розмірів зубчастих передач, при яких виключається злам і викришування поверхонь зубів, виконується розрахунком зубів на згин і робочих поверхонь зубів на контактну міцність. Розміри зубчастих коліс відкритих передач визначають розрахунком на міцність при

згині. Розміри коліс закритих передач визначають розрахунком на контактну міцність і перевіряють на міцність при згині. Вихідними параметрами для розрахунку зубчастої передачі є передавана потужність, передаточне число, кутова швидкість ведучого чи веденого зубчастого колеса й умови роботи передачі.

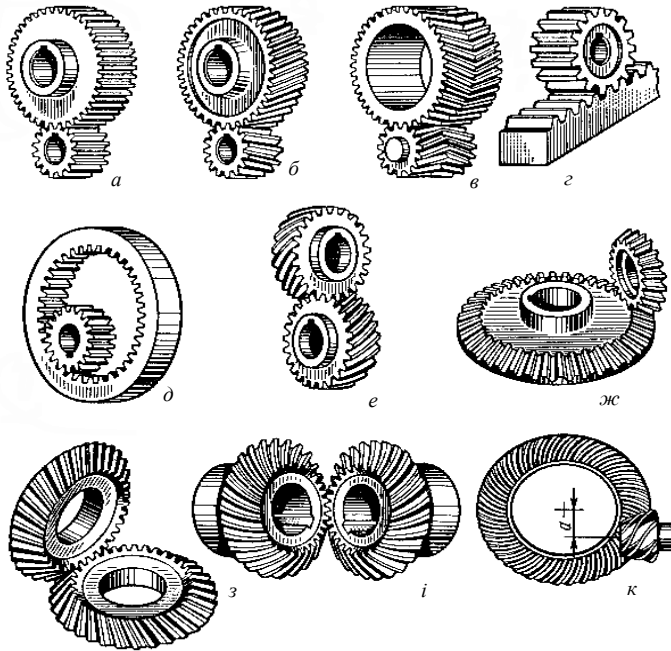


Рис. 47

Матеріали, точність виготовлення, мащення і розміри зубчастих передач повинні вибиратись таким чином, щоб зуби коліс не руйнувались під дією навантаження. Закриті зубчасті передачі, які працюють у масляній ванні, повинні мати достатню контактну витривалість, щоб не відбувалось втомлюваного викришування бокових поверхонь зубів.

Максимальні контактні напруження можна розрахувати за формулою

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t(u+1)}{d_2 b_2}} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu},$$

де Z_H – коефіцієнт, який враховує форму спряжених поверхонь зубів;

Z_M – коефіцієнт, який враховує механічні властивості матеріалів спряжених коліс,

Z_ε – коефіцієнт, який враховує вплив коефіцієнта торцевого перекриття,

F_t – колова сила,

$K_{H\alpha}$ – коефіцієнт розподілу навантаження між зубами,

$K_{H\beta}$ – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження по довжині контактних ліній,

$K_{H\nu}$ – коефіцієнт динамічних навантажень.

Ще одним важливим критерієм працездатності зубчастих передач є міцність зубів на згин:

$$\sigma_F = Y_F Y_\beta \frac{F_t}{b_2 m} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{F\nu} \leq [\sigma]_F,$$

де Y_F – коефіцієнт форми зуба;

Y_β – коефіцієнт, який враховує нахил зубів (для непрямозубих коліс);

b_2 – ширина вінця колеса;

m – нормальний модуль зачеплення;

$K_{F\alpha}$ – коефіцієнт, який враховує розподіл навантаження між зубами;

$K_{F\beta}$ – коефіцієнт, який враховує розподіл навантаження по ширині вінця;

$K_{F\nu}$ – коефіцієнт динамічних навантажень у зачепленні.

Розрахунок на міцність конічних передач проводять аналогічно розрахунку циліндричних

зубчастих передач, припускаючи, що навантажувальна здатність зубів конічного колеса така ж, як і в еквівалентного циліндричного. Але практика експлуатації свідчить, що при однаковому навантаженні конічні передачі виходять з ладу швидше циліндричних.

👉 Зверніть увагу

Передаточне число зубчастої передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1}.$$

- Для конічних передач

$$u = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{\tan \delta_2}{\tan \delta_1},$$

де ω_1, ω_2 – кутові швидкості шестірні та колеса,

n_1, n_2 – частоти обертання шестірні та колеса,

d_1, d_2 – ділильні діаметри циліндричних шестерні і колеса;

d_{e1}, d_{e2} і δ_1, δ_2 – відповідно зовнішні ділильні діаметри і кути ділильних конусів шестірні та колеса. Для пари циліндричних зубчастих коліс рекомендується $u \leq 3 \dots 6$; для пари конічних прямозубих коліс рекомендується $u \leq 2 \dots 3$, для коліс з круговими зубами можливі більш високі значення u (найбільше значення $u = 6,3$). **Міжосьова відстань** – головний параметр зубчастої циліндричної передачі:

- для прямозубих циліндричних передач

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_2(u+1)}{2u} = \frac{mz_1(u+1)}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2},$$

- для косозубих і шевронних циліндричних передач

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_2(u+1)}{2u} = \frac{mz_1(u+1)}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta},$$

де β – кут нахилу зубів,

- для косозубих передач $\beta = 8^{\circ} - 15^{\circ}$,
- для шевронних – $\beta = 25^{\circ} - 40^{\circ}$.

У конічній передачі одним з важливих геометричних параметрів є зовнішня конусна відстань

$$R_e = \frac{d_e}{2 \sin \delta} = 0,5 m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2}.$$

◆ Питання для самоконтролю

1. Чи забезпечує зубчаста передача постійність передаточного відношення?

2. Яка з циліндричних зубчастих передач (прямозуба, косозуба, шевронна) має ознаку: працює менш плавно при високих колових швидкостях; має при інших рівних умовах більшу навантажувальну здатність; має в зачепленні небажану осьову силу?

3. Від якого параметра зубчастого зачеплення залежать геометричні розміри передачі?

4. Визначити повну висоту зуба циліндричного прямозубого колеса при модулі $m = 4$ мм.

5. Визначити діаметр дільного кола циліндричного прямозубого колеса, якщо модуль $m = 4$ мм, число зубів $z = 20$.

6. Який модуль у косозубій передачі за числовим значенням більший: нормальний чи коловий? Пояснити, чому існує різниця між їх числовими значеннями.

7. В якій передачі (прямозубій чи косозубій) при інших рівних умовах більший коефіцієнт перекриття? Чи впливає коефіцієнт перекриття на навантажувальну здатність та плавність роботи передачі?

3.5. Передача гвинт-гайка

Призначення, будова, застосування. Матеріали і конструкція деталей передачі.

Розрахунок передачі на зносостійкість і перевірка гвинта на міцність і стійкість. Вибір основних параметрів та розрахункових коефіцієнтів.

Прочитайте

Л-3, §§ 3.44–3.45; Л-5, §§ 33.1–33.3; Л-7, §§ 14.1–14.2; Л-8, §§ 90–91; Л-12, заняття 14, 15.

Інформація

Ці передачі зазвичай застосовують для перетворення обертального руху в поступальний (домкрати, гвинтові преси, ходові гвинти металорізальних верстатів). Слід зрозуміти відмінності між нарізними з'єднаннями та передачею гвинт-гайка. У першому випадку важлива підвищена надійність проти самовідгвинчування, а в другому – мале тертя в передачі.

Зверніть увагу

Для ходових і вантажних гвинтів застосовують різьбу з малим кутом профілю. Основною причиною виходу з ладу є велике спрацювання різьби. Розрахунок на зносостійкість різьби ходових і вантажних гвинтів виконують за формулою:

$$p_{zn} = \frac{F}{A_z} = \frac{F}{\pi d_2 H_1 z} \leq [p_{zn}],$$

де F – осьова сила,

A – площа робочої поверхні витка,

d_2 – середній діаметр різьби,

H_1 – робоча висота профілю.

Втрата стійкості довгих стиснених гвинтів може також стати причиною їх виходу з ладу.

◆ **Питання для самоконтролю**

1. Де застосовують передачі гвинт-гайка?
2. Які профілі різьб застосовуються для вантажних гвинтів?
3. З яких матеріалів виготовляють гвинти і гайки силових передач?
4. Чим пояснюється перевага у силі в передачі гвинт-гайка?
5. Визначити осьове переміщення настановного гвинта відносно нерухомої гайки, якщо крок різьби 2,5 мм, а число заходів різьби – 2.
6. Яку різьбу необхідно застосувати для гвинтів, що знаходяться під дією великих односторонніх навантажень?

3.6. Черв'ячні передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування черв'ячних передач. Матеріали і конструкції черв'ячних коліс. Короткі відомості про геометрію черв'ячних передач. Кінематика і к.к.д. черв'ячної передачі. Сили, які діють у зачепленні. Розрахунок черв'ячної передачі. Вибір основних параметрів та розрахункових коефіцієнтів. Тепловий розрахунок.

☞ **Інформація**

Черв'ячна передача відноситься до числа зубчасто-гвинтових, тобто вона має ознаки, характерні і для зубчастих, і для гвинтових передач. Осі валів черв'яка і колеса перехрещуються в

просторі, як правило, під прямим кутом. Черв'як, як і гвинт, характеризується кроком p і ходом витка

$$p_h = z_1 p,$$

де z_1 – число витків черв'яка. Відстань між осями валів черв'яка і колеса визначають з співвідношення

$$a_{\omega} = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{mq + mz_2}{2} = \frac{m}{2}(q + z_2),$$

де d_1 – дільний діаметр черв'яка,

$$d_1 = qm,$$

де q – коефіцієнт діаметра черв'яка (стандартизована величина). Передаточне число черв'ячної передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

(однією парою – від 8 до 100, а в кінематичних передачах – до 1000). Найбільше розповсюдження мають черв'ячні передачі з циліндричним архімедовим черв'яком (рис. 48).

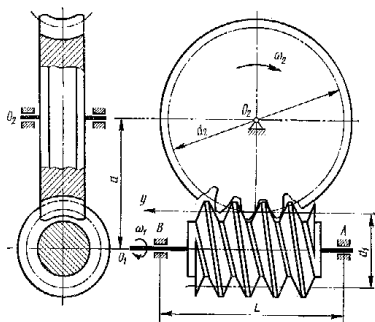


Рис. 48

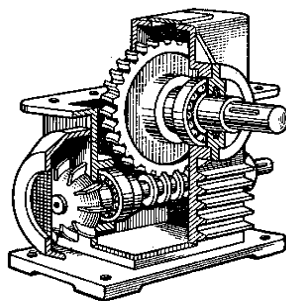


Рис. 49

👉 Зверніть увагу

Основним розрахунком для черв'ячних передач є розрахунок на контактну витривалість, що запобігає

викришуванню і заїданню. Розрахунок за напруженнями згину виконують як перевірний. Оскільки матеріал черв'яка має найвище механічні властивості, ніж матеріал колеса, то розрахунок ведеться на міцність зубів колеса. Черв'ячні передачі з ручним приводом розраховують за напруженнями згину. У черв'ячній передачі порівняно великі втрати передаваної потужності на тертя, передача працює з великим тепловиділенням. Умова нормального теплового режиму

$$t_M \leq [t_M],$$

де t_M – температура оливи в корпусі,
 $[t_M]$ – допустима температура оливи (залежить від марки оливи, приймають $[t_M] = 80\text{--}90^\circ$).

Якщо при розрахунках виявиться, що $t_M > [t_M]$, то необхідно збільшити поверхню охолодження, застосовуючи охолоджуючі ребра, або застосувати штучне охолодження (рис.49).

◆ Питання для самоконтролю

1. Яка ланка черв'ячної передачі (черв'як чи черв'ячне колесо) зазвичай буває ведучою?
2. Як зміниться передаточне число черв'ячної передачі, якщо при незмінному числі зубів колеса число витків черв'яка збільшити вдвічі?
3. Як впливає число витків черв'яка на к.к.д. черв'ячної передачі?
4. З яких матеріалів виготовляють черв'як та вінець черв'ячного колеса?
5. Який модуль зачеплення черв'ячного колеса призначають за стандартом: нормальний або торцевий?

6. Визначити передаточне число черв'ячної передачі, якщо число витків черв'яка $z_1 = 3$, число зубів черв'ячного колеса $z_2 = 90$, а модуль зачеплення $m = 5$ мм.

7. Який додатковий розрахунок проводиться для черв'ячних передач на відміну від зубчастих?

3.7. Пасові передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування пасових передач. Матеріали пасів. Кінематичні і силові співвідношення в пасових передачах. Сили і напруги в пасах. Розрахунок передач: плоскостасової, клинопасові. Деталі пасових передач і натяжні пристрої.

Інформація

Залежно від форми поперечного перерізу паса розрізняють передачі з плоскими, клиновими, круглими, поліклиновими пасами (рис. 50), найбільше розповсюдження в машинобудуванні знаходять клинописові передачі. Останнім часом при необхідності забезпечення постійного передаточного числа і доброї тягової здатності все більше застосування знаходять передачі з зубчастими пасами (рис. 50 д). Швидкість паса в пасових передачах – 5...50 м/с, потужність – до 50 кВт (іноді до 1500 кВт).

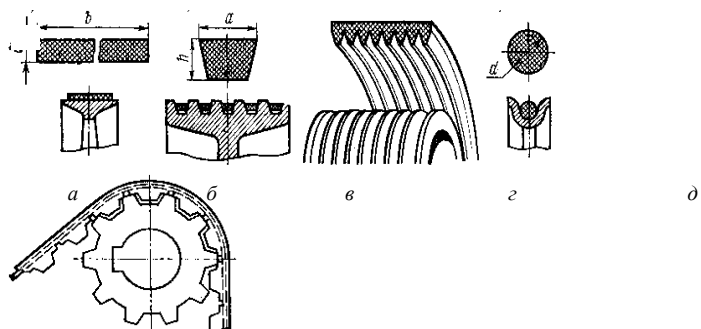


Рис. 50

Зверніть увагу

Передаточне число пасової передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1 \cdot (1 - \varepsilon)},$$

де ε – коефіцієнт пружного ковзання.

Міжосьова відстань пасової передачі з плоским пасом – $(D_2 + D_1) \leq a \leq 2,5(D_2 + D_1)$, з клиновим пасом – $2(D_2 + D_1) \geq a \geq 0,55(D_2 + D_1) + h$. Найменший кут охоплення пасом меншого шків

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{D_2 - D_1}{a},$$

для плоскопасової передачі рекомендується $[\alpha_1] \geq 150^\circ$,

для клинопасової і поліклинової – $[\alpha_1] \geq 120^\circ$. Основними критеріями працездатності пасових передач є *тягова здатність і довговічність паса*. Основним розрахунком пасових передач, який забезпечує необхідну міцність пасів, є розрахунок на тягову здатність. Для плоскопасових передач розрахунок на тягову здатність зводиться до визначення розрахункової площі перерізу паса:

$$A = \delta b = \frac{F_t}{[K]_{II}},$$

де δ і b – товщина і ширина паса,

F_t – колова сила,

$[K]_{II}$ – допустиме корисне напруження.

Розрахунок на тягову здатність клинопасової передачі полягає у визначенні необхідної кількості клинових пасів $z_{кл}$ для забезпечення нормальної працездатності передачі:

$$z_{кл} = \frac{F_t}{A_0 [K_n] K_z} \leq [z_{кл}],$$

де A_0 – площа поперечного перерізу клинового паса,

$[K_n]$ – допустиме напруження в пасі,

K_z – коефіцієнт числа пасів.

При розгляді методики розрахунків пасових передач по тяговій здатності звернути увагу на те, що міцність паса – недостатня умова, яка визначає працездатність передачі. Для забезпечення довговічності паса необхідно правильно вибрати співвідношення між його товщиною та діаметром малого шківів, а також таку міжосьову відстань, при якій число перебігів паса в секунду не перевищуватиме допустимого:

$$U = \frac{V}{l} \leq [U].$$

Практика рекомендує: для плоскопасової передачі $[U] \leq 15 \text{ с}^{-1}$, для клинопасової і поліклинової – $[U] \leq 30 \text{ с}^{-1}$. Паси, розраховані за тяговою здатністю, мають нормальну довговічність, яка в середньошвидкісних передачах складає 1000 ... 5000 год.

◆ Питання для самоконтролю

1. Чи забезпечує пасова передача постійність передаточного числа?

2. Чи впливає попередній натяг паса на тягову здатність пасової передачі?

3. Які наслідки може мати значне витягування паса при експлуатації передачі?

4. Як впливає товщина паса на напруження згину, що виникає в пасі при охопленні шківів?

5. Чи гарантує нормальну роботу пасової передачі умова міцності паса на втомленість?

6.Значення якої величини визначають у результаті при розрахунку на тягову здатність плоскостасової та клинопасової передач?

7.З якою метою в пасових передачах ставиться натяжний пристрій?

8.На набігаючій чи збігаючій вітці ставиться натяжний пристрій і чому?

3.8. Ланцюгові передачі

Призначення, будова, принцип роботи, застосування передач. Деталі ланцюгових передач. Основні параметри ланцюгових передач. Критерії працездатності. Добирання ланцюгів і їх перевірки розрахунок.

Інформація

Ланцюгова передача служить для передачі руху тільки між паралельними валами. Ланцюгові передачі можуть передавати великі потужності (до 5 тис. кВт) при порівняно високих швидкостях (до 25–30 м/с). Ці передачі вибирають, коли застосування зубчастої передачі недоцільне через велику міжосьову відстань, а пасові для даної машини недостатньо надійні. Їх можна використовувати для передачі потужності від однієї ведучої ланки до кількох ведених зірочок (рис. 51). Ланцюгові передачі широко використовуються в транспор-туючих пристроях (конвеєрах, елеваторах, мотоциклах, велосипедах), у приводах верстатів і сільськогосподарських машин тощо. Основними типами приводних ланцюгів є втулкові, роликові і зубчасті (рис. 52). Основним розрахунковим параметром ланцюга є крок. Для роликових і втулкових ланцюгів кроком називають відстань між центрами роликів (втулок), для

зубчастого – між центрами валиків. Розміри і форма зубів зірочки визначається залежно від числа зубів, кроку ланцюга і його конструкції.

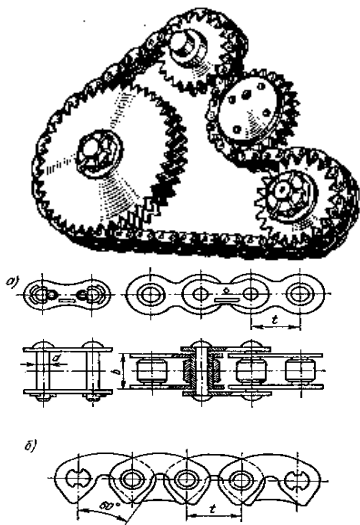


Рис. 51

Рис. 52

👉 Зверніть увагу

Передаточне число ланцюгової передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Для ланцюгових передач рекомендується $u \leq 7$.
Оптимальна міжосьова відстань передачі за умови довговічності ланцюга $a = (30 \dots 50)p$. Основний критерій працездатності ланцюгової передачі – зносостійкість шарнірів ланцюга. Для забезпечення достатньої зносостійкості обмежують тиск у шарнірах

$$p_{\pi} = \frac{F_t K_c}{A} \leq [p_{\pi}],$$

де A – площа проекції опорної поверхні шарніра,

K_e – коефіцієнт експлуатації. Додатково ланцюги перевіряють на розрив.

◆ Питання для самоконтролю

1. Яка з передач пасова чи ланцюгова здатна передавати більшу потужність?
2. Який ланцюг використовується у велосипеді?
- 3.3 якою метою в ланцюгових передачах ставлять натяжний пристрій?
4. Назвати види приводних ланцюгів.
5. Як впливає на нерівномірність ходу ланцюгової передачі число зубів ведучої зірочки та крок ланцюга?
6. Яка причина руйнування шарнірів ланцюга?
7. Який розрахунок ланцюгової передачі гарантує довговічність ланцюга?
8. Назвати основний критерій, за яким ведеться перевірний розрахунок ланцюгових передач.

3.9. Вали і осі

Вали і осі, їх призначення, конструкції, матеріали. Розрахунок валів та осей на міцність і жорсткість. Конструктивні та технологічні способи підвищення витривалості валів.

📖 Інформація

Осі і вали розрізняються за умовами роботи. Осі, які несуть на собі обертові частини, не передають обертальних моментів і витримують тільки згин; вали, як і осі, є підтримуючими деталями, але крім того, передають моменти і працюють не тільки на згин, але й на кручення. Осі і вали розраховують на міцність і жорсткість як бруси круглого поперечного перерізу, які працюють на згин або на згин і кручення.

👉 Зверніть увагу

Практикою встановлено, що руйнування валів і осей швидкохідних машин у більшості випадків має втомлюваний характер, тому основним критерієм є розрахунок на опір втомленості. При розрахунках для обертових осей вважають, що напруження згину змінюються за симетричним циклом, а для нерухомих – за віднульованим (пульсуючим). Перевірний розрахунок валів виконується на опір втомленості і жорсткість, а в окремих випадках – на коливання. Жорсткість валів і осей оцінюється величиною прогину в місцях встановлення деталей або кутом закручування перерізів; коливання – критичною кутовою швидкістю.

◆ Питання для самоконтролю

1. Враховуючи силові фактори, вказати призначення осей.
2. Як називається частина вала, яка охоплюється опорою?
3. Якому розрахунку підлягають вали та обертові осі: на статичну міцність чи на втомленість?
4. Назвати найбільш розповсюджені марки сталей, які застосовуються для виготовлення валів та осей.
5. В яких випадках проводиться розрахунок валів на жорсткість?
6. Як оцінюється жорсткість осей і валів?

3.10. Підшипники

Опори ковзання і кочення, призначення, порівняльна характеристика. Підшипники ковзання: типи, застосування, конструкції, матеріали. Критерії працездатності та умовні розрахунки. Підшипники

кочення: будова, класифікація, огляд основних типів. Поняття про підбір підшипників кочення за динамічною вантажопідйомністю. Короткі відомості про конструювання підшипникових вузлів.

Інформація

Для підтримання осей і валів і сприйняття діючих на них зусиль служать спеціальні опори – підшипники. Якість підшипників у значній мірі визначає надійність і довговічність машин. За характером тертя робочих елементів вони поділяються на опори ковзання й кочення (кулькові і роликові підшипники). Вибір виду опори залежить від великої кількості конструктивних і експлуатаційних факторів. Підшипники ковзання застосовують у двигунах внутрішнього згорання, газових турбінах, центрифугах, сепараторах, насосах, при особливо важких режимах роботи машин (прокатні стани, каменедробарки) тощо. Підшипники ковзання найчастіше виходять з ладу внаслідок абразивного спрацювання або заїдання. У машинах, де підшипники сприймають великі ударні і вібраційні навантаження, можливе втомлюване руйнування робочого шару вкладишів. Підшипники ковзання, які працюють в умовах змішаного чи граничного тертя, розраховують за умовною методикою на зносостійкість і нагрівання. При рідинному терті розрахунок ведуть на основі гідродинамічної теорії мащення.

Підшипники кочення – стандартні вироби, які виготовляються в масовій кількості на спеціалізованих заводах і широко розповсюджені у всіх галузях машинобудування. Основними елементами підшипників кочення є їх тіла – встановлені між

кільцями кульки чи ролики (рис. 53), які утримуються сепаратором на певній відстані один від одного.

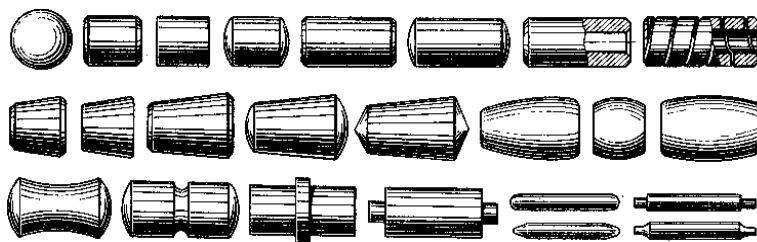


Рис. 53

Підшипники кочення класифікують за такими ознаками:

- за формою тіл кочення – кулькові і роликові (з циліндричними короткими і довгими роликами, з конічними, бочкоподібними, витими, голчастими);

- за напрямом сприйнятого навантаження – радіальні (в основному для радіальних навантажень), радіально-упорні (для одночасного сприйняття радіальних і осьових навантажень), упорні (для осьових навантажень), упорно-радіальні (для осьового і радіального навантаження);

- за числом рядів кочення – одно-, дво-, багаторядні;

- за способом самовстановлення – самовстановлювані і несамовстановлювані;

- за габаритними розмірами – надлегкої, особливо легкої, легкої, середньої і важкої серії;

- залежно від ширини – особливо вузькі, вузькі, нормальні, широкі, особливо широкі.

На рис. 54 наведено основні показники підшипників різних типів і серій з однаковим діаметром вала ($d = 80$ мм), звідки видно, що значну перевагу по

габаритах, масі і швидкохідності мають підшипники легких серій, але їх навантажувальна здатність менша, ніж у підшипників середніх і важких серій. При виборі типу підшипника необхідно враховувати величину і напрям навантаження, частоту обертання, режим роботи, конструктивні особливості вузла машини, вартість підшипника. Підшипники кочення маркуються нанесенням на торцеву поверхню кілець ряду цифр і букв, які умовно позначають внутрішній діаметр, серію, тип, конструктивні різновиди, клас точності тощо.

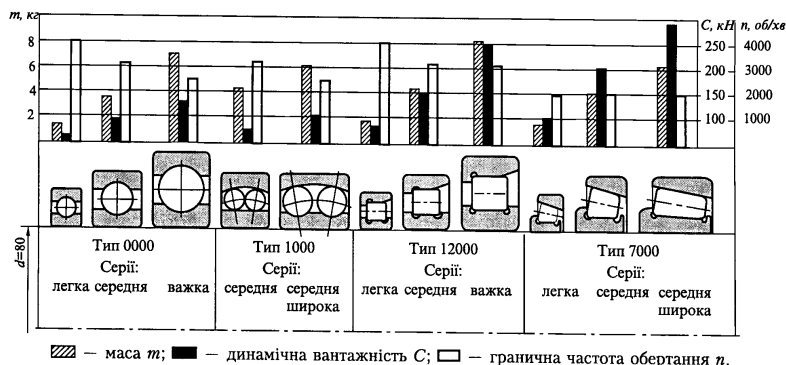


Рис. 54

Зверніть увагу

Умовний розрахунок підшипників ковзання виконують по середньому тиску p_c , що гарантує невидавлювання мастильного матеріалу, і по питомій роботі сил тертя $p_c v$, що забезпечує нормальний тепловий режим і відсутність заїдання:

$$p_c \leq [p_c], \quad p_c v \leq [p_c v],$$

де v — колова швидкість поверхні цапфи.

Основними критеріями працездатності підшипників кочення є довговічність за втомлюваним

викришуванням і статична вантажопідйомність за пластичними деформаціями. Дослідження роботи підшипників кочення дозволили встановити залежність між еквівалентним навантаженням F_e динамічною вантажопідйомністю C і довговічністю підшипників L (млн. об)

$$L = \left(\frac{C}{F_e} \right)^\alpha,$$

де α – показник степеня (для кулькових підшипників $\alpha=3$, для роликів $\alpha = 10/3$);

C – динамічна вантажопідйомність підшипника, вказана в каталогах. Еквівалентне навантаження F_e для кулькових радіальних і радіально-упорних та роликів радіально-упорних підшипників

$$F_e = (XV F_r + Y F_a) K_b K_m,$$

де V – коефіцієнт обертання (при обертанні внутрішнього кільця $V = 1$, зовнішнього – $V = 1,2$),

X і Y – коефіцієнти радіального і осьового навантаження,

F_r і F_a – радіальне і осьове навантаження на підшипник,

K_b – коефіцієнт безпеки,

K_m – температурний коефіцієнт.

◆ Питання для самоконтролю

1. Який вид опор (ковзання чи кочення) застосовують при наявності значних ударних чи вібраційних навантажень?

2. Які фактори впливають на спрацювання підшипників ковзання?

3. З яких матеріалів виготовляють роз'ємні та нероз'ємні підшипники ковзання?

4. Який тип корпусу підшипника ковзання необхідно застосовувати в опорах колінчастого вала?

5. З якою метою на робочій поверхні підшипників ковзання виготовляють радіальні проточки (канавки)?

6. Назвіть основні причини виходу з ладу підшипників ковзання.

7. З яких елементів складаються підшипники кочення?

8. Яку функцію виконують сепаратори в підшипниках кочення?

9. Які матеріали застосовуються для виготовлення деталей підшипників кочення?

10. Як класифікуються підшипники кочення?

11. Визначіть по каталогу тип і розміри підшипників за їх умовним позначенням: 206, 2206, 36206.

12. Порівняйте підшипники з умовними позначеннями: 7308 і 6 – 7209.

13. Які фактори визначають працездатність підшипників кочення?

14. Які види руйнування характерні для підшипників кочення?

15. Як добираються підшипники кочення?

16. Назвіть основні причини заклинювання підшипників у вузлі.

17. Які види ущільнюючих пристроїв застосовують у вузлах з підшипниками кочення?

18. Які ущільнення підшипникових вузлів рекомендовані до використання при колівій швидкості вала 30 м/с?

3.11. Муфти

Призначення та класифікація муфт.
Застосування муфт. Конструкція муфт. Короткі відомості про вибір і розрахунок муфт.

Інформація

Застосування муфт у машинобудуванні викликано необхідністю отримання довгих валів, виготовлених з окремих частин; компенсації невеликих неточностей монтажу щодо відносного розміщення з'єднаних валів; надання валам деякої відносної рухливості під час роботи; виконання функцій автоматичного керування. За характером роботи й основним призначенням муфти поділяються на (рис. 55): постійні (не допускають роз'єднання валів при роботі машини); керовані (здійснюють включення і виключення валів за допомогою системи управління, яка діє на муфту); запобіжні (відключають вали при порушенні нормальних умов роботи.) Основною характеристикою при виборі муфт є розрахунковий момент

$$M_p = K_p M \leq [M]_p,$$

де K_p – коефіцієнт режиму роботи,

M – номінальний обертальний момент при встановленому режимі роботи. Муфти вибирають за відповідними таблицями, розрахунковим моментом залежності від діаметра вала (враховується також максимальна кутова швидкість). Окремі деталі муфти перевіряються на міцність.

Зверніть увагу

Ознайомитись з різновидами основних типів муфт, їх застосуванням, особливостями конструкції і роботи, зрозуміти принципову відмінність між муфтами та передачами. Розглянути методику розрахунків та конструювання муфт.

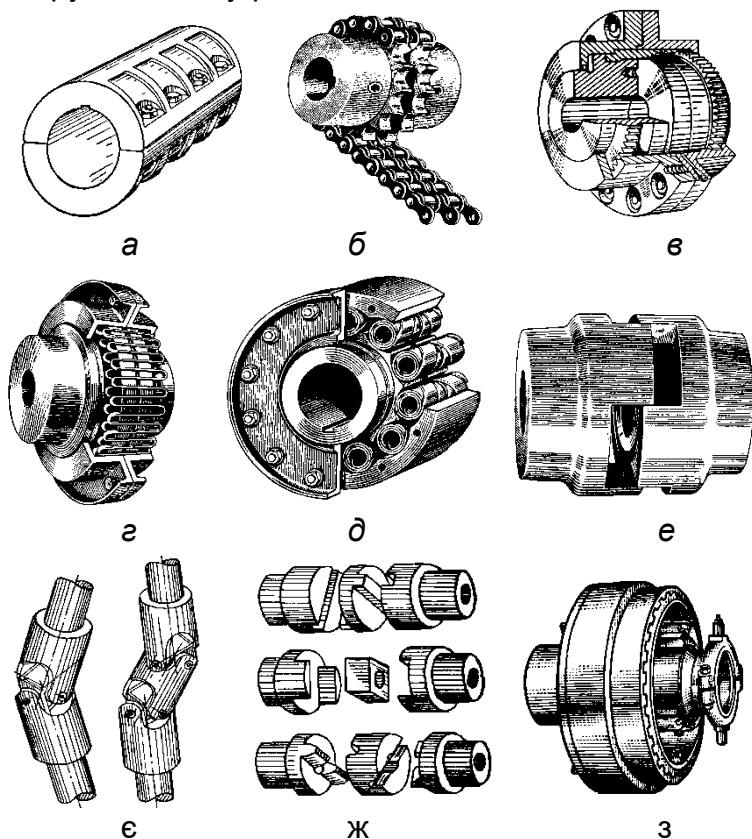


Рис. 55

Постійні муфти – жорсткі: а) поздовжньо-роз’ємна; компенсуючі: б) ланцюгова, в) зубчаста, г) муфта зі змієвидною пружиною, д) муфта з гільзовими пружинами, е) кулачкова розширювальна, є) хрестово-

шарнірні муфти, ж) кулачково-дискові (плаваючі). Керовані муфти – з) фрикційна дискова.

◆ Питання для самоконтролю

1. Які функції в приводах виконує пружна втулково-пальцева муфта?

2. Чи передають жорсткі та пружні муфти вібрації, поштовхи, удари?

3. Які муфти можна включити під час обертання вала з великою кутовою швидкістю?

4. За якими параметрами добираються стандартні муфти?

5. За яким моментом добираються стандартні зубчасті муфти?

3.12. Шпонкові та шліцьові з'єднання

Шпонкові з'єднання. Розрахунок з'єднань призматичними шпонками. Зубчасті (шліцьові) з'єднання, застосування та перевірний розрахунок.

Інформація

Шпонкові і шліцьові з'єднання служать для закріплення на валу (чи осі) обертових деталей (зубчастих коліс, шківів, муфт тощо). Шпо-нкові з'єднання здійснюються за допомогою клинових шпонок (рис. 56 є–з), які утворюють напружені з'єднання, призматичних і сегментних шпонок (рис. 56 а–д), які утворюють ненапружені з'єднання. Розміри шпонок стандартизовані. Зубчасті (шліцьові) з'єднання, на відміну від шпонкових, мають більшу навантажувальну здатність, краще центрують з'єднувані деталі, забезпечують високу втомлювану міцність вала. Залежно від профілю зубів зубчастих

(шліцьових) з'єднань розрізняють три основних типи з'єднань: з прямобічними, евольвентними і трикутними зубами (рис. 57).

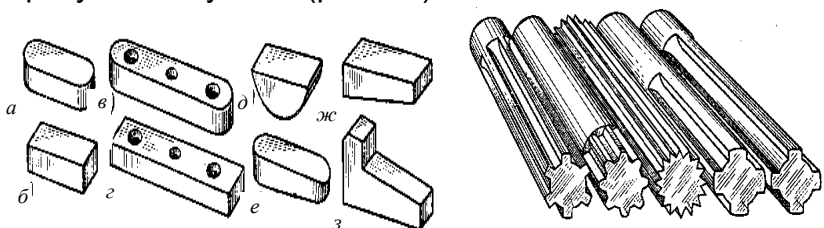


Рис.

56

Рис. 57

👉 Зверніть увагу

Основним критерієм працездатності шпонкових з'єднань є міцність. Розміри шпонок у стандартах підбрані так, що їх міцність на зріз і згин забезпечена, якщо виконується умова міцності на зминання, тому основним розрахунком шпонкових з'єднань є розрахунок на зминання. Перевірку шпонок на зріз виконують для відповідальних з'єднань. Перевірка з'єднань призматичними шпонками на зминання

$$\sigma_{зм} = \frac{2M}{d(0,95h-t)l_p} \leq [\sigma]_{зм},$$

де M – передаваний з'єднанням момент,

d – діаметр вала,

h – висота шпонки,

t – глибина паза у валу,

l_p – робоча довжина шпонки,

b – ширина шпонки,

$[\sigma]_{зм}$ – допустиме напруження зминання (для сталевих маточин – $[\sigma]_{зм} = 100...120$ МПа, для чавунних – $[\sigma]_{зм} = 60...80$ МПа). Основними критеріями працездатності шліцьових з'єднань є опір робочих

поверхонь зминанню і спрацюванню. Ці з'єднання, аналогічно шпонковим, вибирають за таблицями стандартів залежно від діаметра вала, а потім перевіряють на міцність. Умова міцності на зминання робочих поверхонь зубів

$$\sigma_{зм} = \frac{M}{S_F I_p} \leq [\sigma]_{зм},$$

де M – передаваний обертальний момент,
 S_F – питомий сумарний статичний момент площі робочих поверхонь,

l_p – робоча довжина зубів,

$[\sigma]_{зм}$ – допустиме напруження зминання.

Умова обмеження спрацювання

$$\sigma_{зм} = \frac{M}{S_F I_p} \leq [\sigma]_{спр},$$

де $[\sigma]_{спр}$ – допустиме напруження на обмеження спрацювання.

◆ Питання для самоконтролю

1. Які шпонки забезпечують краще центрування деталей на валу?

2. Які шпонки застосовують при реверсивній роботі з'єднання?

3. Що є основним критерієм працездатності ненапруженого шпонкового з'єднання?

4. Як добираються призматичні шпонки?

5. Для якої деталі (шпонки чи маточини) при розрахунках шпонкових з'єднань на зминання приймають допустимі напруження?

6. Назвати переваги зубчастих (шліцьових) з'єднань у порівнянні з шпонковими.

7.Яким профілям шліців надають перевагу при проектування рухомого під навантаженням шліцевого з'єднання?

8.Назвіть основний критерій працездатності нерухомого шліцевого з'єднання?

3.13. Нарізні з'єднання

Загальні відомості, застосування. Конструктивні форми нарізних з'єднань. Стандартні кріпильні деталі, їх матеріали. Способи стопоріння нарізних з'єднань. Найпростіші випадки розрахунку на міцність.

Інформація

Нарізні з'єднання є одним із найбільш розповсюджених видів роз'ємних з'єднань, що застосовуються в машинобудуванні. Нарізні з'єднання виконують за допомогою різьбових кріпильних деталей: болтів, гвинтів, шпильок тощо. При вивченні нарізних з'єднань необхідно уважно розглянути класифікацію, типи та призначення різьби, кріпильних деталей, засоби проти самовідгвинчування. Нарізні з'єднання можуть виходити з ладу внаслідок руйнування (розриву) стержня болта, зрізу різьби та її зминання. Основний вид руйнування нарізного з'єднання – розрив нарізаної частини тіла болта чи в перехідному перерізі біля головки. Можливі такі випадки навантаження болта (рис. 58, 59):

- болт навантажений осьовою силою без попереднього затягування (наприклад, різьбовий кінець вантажного крюка вантажопідійомних машин),
- затягнутий болт без зовнішнього осьового навантаження (клемове з'єднання),

- зтягнутий болт з додатковим осьовим навантаженням (фланцеві, фундаментні болти),
- болт навантажений поперечною силою і встановлений з зазором,
- болт навантажений поперечною силою і встановлений без зазору.

👉 Зверніть увагу

Різноманіття видів навантаження обумовлює кілька різних випадків розрахунку:

- *Незатягнутих різьбових з'єднань* (рис. 58 а). Небезпечним у різьбовому стержні є переріз нарізаної частини з розрахунковим діаметром

$$d_p \approx d - 0,94p,$$

де d – зовнішній діаметр,

p – крок різьби.

Умова міцності

$$\sigma_p = \frac{4F}{\pi d_p^2} \leq [\sigma_p],$$

де F – осьове навантаження,

$[\sigma_p]$ – допустиме напруження на розтяг.

Розрахунковий діаметр різьби $d_p \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma_p]}}$.

- *Затягнутого різьбового з'єднання, ненавантаженого зовнішньою осьовою силою* (рис. 58 б). Стержень з різьбою розтягується зусиллям зтяжки F_o і скручується моментом в різьбі. Розрахунок болта на міцність виконують по еквівалентному напруженню, яке для метричної різьби в середньому на 30 відсотків більше напруження розтягу. Умова міцності:

$$\sigma = \frac{4F_{розп}}{\pi d_p^2} \leq [\sigma_p],$$

де $F_{розр}$ — розрахункове (еквівалентне) навантаження.

- Затягнутого і додатково навантаженого осьюою силою болта (рис. 58 в).

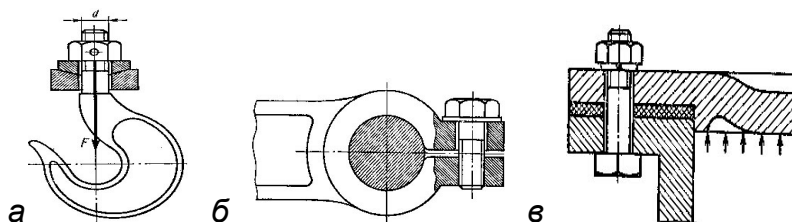


Рис. 58

Розрахунок виконують аналогічно попередньому випадку, розрахункове навантаження болта з урахуванням впливу кручення при затягуванні

$$F_{розр} = F \cdot [1,3k(1-\chi) + \chi],$$

де F – зовнішнє осьове навантаження,
 k – коефіцієнт запасу попередньої затяжки,
 χ – коефіцієнт зовнішнього навантаження.

• *Затягнутого болта, встановленого з зазором і навантаженого поперечною силою F* (рис. 59 а). Болт працює на розтяг і кручення. Умова міцності

$$\sigma = \frac{4kK_H F}{\pi f z i d_p^2} \leq [\sigma_p],$$

де i – число третюх поверхонь,
 f – коефіцієнт тертя між поверхнями з'єднаних деталей,

z – кількість болтів,

k – коефіцієнт затягування,

K_H – коефіцієнт навантаження.

• *Болта, встановленого без зазору і навантаженого поперечною силою* (рис. 59 б). Таке з'єднання розраховується на зріз болта. Умова міцності

$$\tau_{зр} = \frac{4F}{\pi d^2 i z} \leq [\tau_{зр}],$$

де i – кількість площин зрізу,

d – діаметр стержня в небезпечному перерізі.

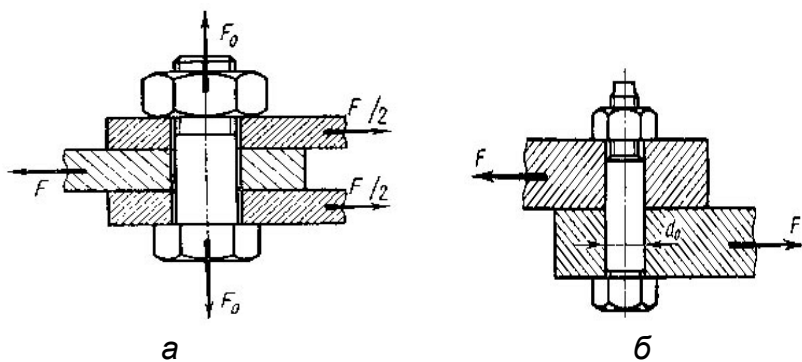


Рис. 59

◆ Питання для самоконтролю

1. Як класифікуються різьби?
2. Які профілі різьб застосовуються для нарізних кріпильних виробів?
3. Які з різьб найнадійніші з точки зору самогальмування: з дрібним чи крупним кроком, одно- чи багатозаходні (при рівному ході різьби)?
4. Чому для з'єднання деталей, які працюють в умовах вібрації, рекомендується застосовувати болти з дрібною різьбою?
5. Який профіль і чому мають кріпильна і кріпильно-ущільнююча різьби?
6. Поясніть умовні позначення: M18; M24×1,5; Трап. 60×12.
7. Що дає застосування для нарізних з'єднань матеріалів підвищеної міцності?
8. Які нарізні кріпильні деталі застосовують для з'єднання кришки підшипникового вузла з корпусом редуктора?

3.14. Нероз'ємні з'єднання

Нероз'ємні з'єднання, їх класифікація, застосування. Зварні з'єднання. Основні види зварних з'єднань і типи швів. Розрахунок на міцність зварних швів. Заклепкові з'єднання, їх застосування. Основи розрахунку. Матеріали заклепок. Клейові з'єднання. Переваги, недоліки, застосування. Розрахунок клейових з'єднань.

📖 Інформація

При вивченні нероз'ємних з'єднань необхідно повторити розрахунки на зминання та на зріз, а також способи зварювання з відповідних розділів технічної механіки та курсу матеріалознавства. Стикові шви

працюють на розтяг чи стиск залежно від напрямку діючого навантаження (рис. 60 а). Основним критерієм працездатності стикових швів є їх міцність. Умова міцності стикового шва

$$\sigma'_p = \frac{F}{\delta l_{ш}} \leq [\sigma']_p.$$

Напускові шви розраховують на зріз за найменшим перерізом шва, розміщеним у бісекторній площині прямого кута (рис. 60 б)

$$\tau'_{зр} = \frac{F}{0,7kl_{ш}} \leq [\tau']_{зр}.$$

Допустимі напруження для зварних швів на розтяг $[\sigma']_p$ та на зріз $[\tau']_{зр}$ можуть бути прийняті залежно від допустимих напружень на розтяг $[\sigma]_p$ для основного металу конструкції. Заклепкові з'єднання є основним видом нероз'ємного з'єднання при виготовленні металевих конструкцій з легких сплавів (дюралюмінію), в конструкціях, для яких методи зварювання і склеювання ще недостатньо розроблені або малоефективні, у з'єднаннях, які працюють при великих вібраційних чи ударних навантаженнях (рис. 60 в). Причинами руйнування з'єднання можуть бути: зріз заклепок, зминання листів, розрив листа в перерізі, послабленому отворами, руйнування краю листа біля отвору під заклепку (рис. 60 г). Для заклепкових з'єднань умова міцності на зріз записується у вигляді

$$\tau_{зр} = \frac{4F}{\pi d^2 i k} \leq [\tau_{зр}];$$

умова міцності на зминання

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{id\delta_{min}} \leq [\sigma_{зм}],$$

де $\tau_{зр}$, $\sigma_{зм}$, $[\tau_{зр}]$, $[\sigma_{зм}]$ – розрахункові та допустимі напруження зрізу і зминання,

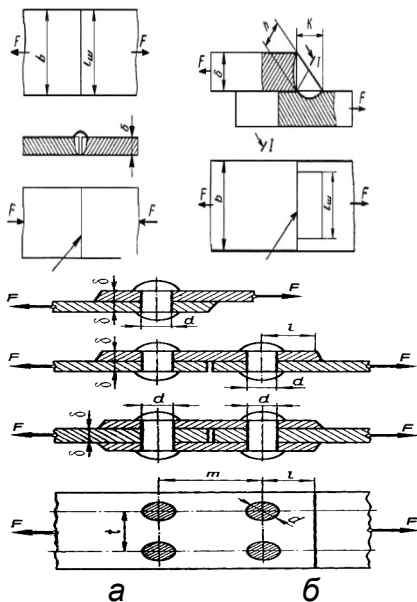
F – навантаження на з'єднання,

d – діаметр заклепки,

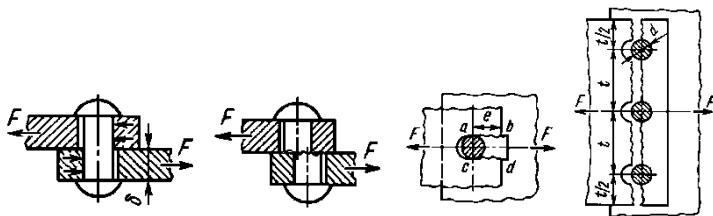
i – кількість заклепок,

k – кількість площин зрізу,

δ_{min} – найменша товщина листа.



6



з

Рис. 60

♦ Питання для самоконтролю

1. У чому переваги зварних з'єднань перед заклепковими?

2. Як класифікуються зварні з'єднання за взаємним розміщенням зварюваних деталей?

3. Наведіть приклади застосування зварювання: напусткового, стикового, таврового, кутового.

4. Який з запропонованих заходів найбільш ефективний для підвищення міцності стикового шва: зняти потовщення; поставити накладки; поліпшити технологію зварювання, виключивши непровари?

5. Які фактори враховуються при виборі допустимих напружень для зварних з'єднань?

ЗАВДАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Задача 1

На конструкцію діють: зосереджена сила F , нахилена до осі балки під кутом α , пара сил з моментом M і рівномірно розподілене навантаження q

(рис. 61). Визначити реакції опор заданої двохопорної конструкції. Вагою знехтувати. Вихідні дані для свого варіанта вибрати з табл. 9.

1	6
2	7
3	8
4	9
5	0

Рис. 61

Таблица 9

Варіант вихідних даних	Сила, (F), Н	Розподілене навантаження (q), Н/м	Момент, (M), Нм	Кут нахилу (α), град.	Відстань, м		
					a	b	l
1	40	5	10	30	4	4	8
2	25	2	20	45	2	3	6
3	16	10	14	25	5	2	8
4	50	3	15	50	4	3	10
5	45	8	40	40	3	4	9
6	20	15	25	120	5	6	14
7	30	4	22	60	2	4	9
8	18	12	18	135	1	3	7
9	35	9	12	55	6	5	14
0	12	14	50	60	5	2	10

△ *Вказівки до розв'язку задачі.*

- Опрацювати теми: “Основні поняття та аксіоми статyki”, “Плоска система сил”.
- Розглянути розв'язок задач – [2] приклади 1.8, 1.9, 1.10; [3] приклади 1.9.

✓ *Необхідно знати.*

- Властивості пар.
- Рівняння рівноваги плоскої системи довільно розміщених сил:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_O(F_i) = 0 \quad \text{та}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0.$$

✓ *Необхідно вміти.*

- Замінити зв'язки їх реакціями.
- Розкласти силу на складові за заданими напрямками.
- Проектувати силу на вісь.
- Замінити розподілене навантаження зосередженою силою.
- Знаходити плече моменту сили відносно точки.
- Обчислити момент сили відносно точки.

✎ Приклад 1

Для заданої двохопорної балки визначити опорні реакції. Балка навантажена зосередженою силою $F = 20$ кН, нахиленою до осі балки під кутом $\alpha = 30^\circ$, рівномірно розподіленим навантаженням $q = 1$ кН/м, парою сил з моментом $M = 10$ кН (рис. 62 а).

Розв'язок.

1.Зображуємо балку AD з діючими на неї навантаженнями (рис. 63 а).

2.Зображуємо осі координат x і y .

3.Розглядаємо балку AD як вільне тіло, звільнивши її від зв'язків (шарнірні опори A і D) і замінивши їх дію реакціями. Реакцію шарнірно нерухомої опори A зображаємо складовими R_{Ax} та R_{Ay} . Реакція R_D шарнірно рухомої опори D напрямлена по нормалі до опорної поверхні. Силу F розкладаємо на складові за напрямками осей x і y

$$F_x = F \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 30^\circ = 17,32 \text{ кН},$$

$$F_y = F \sin \alpha = 20 \cdot \sin 30^\circ = 10 \text{ кН}.$$

Рівномірно розподілене навантаження q замінюємо зосередженою силою $Q = q \cdot CD = 1 \cdot 2 = 2$ кН, яку прикладаємо посередині відрізка CD – у точці K (рис. 62 б). Розрахункову схему зображено на рис. 62 в.

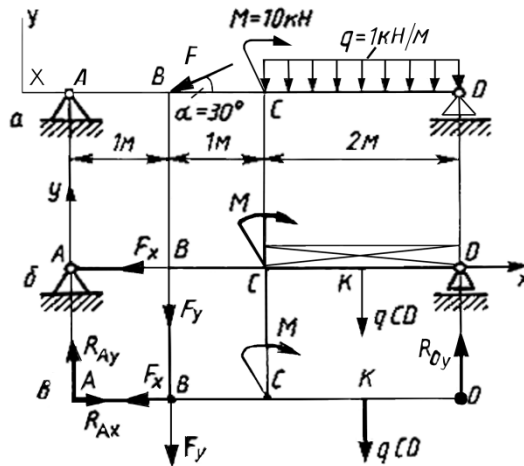


Рис. 62

4. Для отриманої системи довільно розміщених сил складаємо рівняння рівноваги, вибравши за центри моментів точки A і D (точки перетину двох невідомих сил):

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = -F_y \cdot AB - M - q \cdot CD \cdot AK + R_D \cdot AD = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n M_D(F_i) = -R_{Ay} \cdot AD + F_y \cdot BD - M + q \cdot CD \cdot DK = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = R_{Ax} - F_x = 0.$$

Визначаємо невідомі реакції опор

$$R_{Dy} = \frac{F_y \cdot AB + M + q \cdot CD \cdot AK}{AD} = \frac{10 \cdot 1 + 10 + 2 \cdot 3}{4} = 6,5 \text{ кН};$$

$$R_{Ay} = \frac{F_y \cdot BD - M + q \cdot CD \cdot DK}{AD} = \frac{10 \cdot 3 - 10 + 2 \cdot 1}{4} = 5,5 \text{ кН}.$$

$$R_{Ax} = F_x = 17,32 \text{ кН}.$$

5. Перевіряємо правильність отриманих результатів

$$\sum_{i=1}^n F_{yi} = R_{Ay} - F_y - q \cdot CD + R_{Dy} = 5,5 - 10 - 2 + 6,5 = 0.$$

Умова рівноваги виконується, отже, реакції опор визначено вірно.

Відповідь: $R_{Ay} = 5,5$ кН , $R_{Ax} = 17,32$ кН , $R_{Dy} = 6,5$ кН .

Задача 2

За заданим законом руху чи зміни швидкості ведучої ланки знайти в момент часу $t = t_1$: швидкості і прискорення точок А і В та вантажу 3, кутові швидкості та прискорення ступінчастих коліс (шківів) 1 і 2 механізму, натяг шнура, до якого прикріплено вантаж 3. Масою шнура і тертям у ланках механізму знехтувати. У табл. 10 у стовпчику “Рівняння руху ведучої ланки” позначено:

φ_1 , φ_2 – рівняння обертових рухів коліс 1, 2;

ω_1 , ω_2 – закон зміни кутових швидкостей коліс 1, 2;

S – закон руху вантажу 3;

v – закон зміни швидкості вантажу 3;

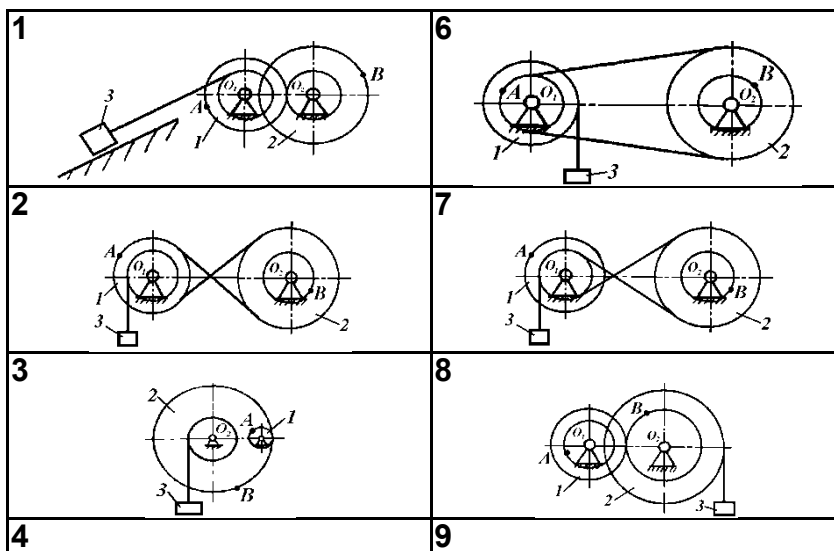
G – вага вантажу 3.

Додатний напрям для φ і ω ведучої ланки прийняти проти руху стрілки годинника, а для S і v – вниз. Величина φ задана в радіанах, ω , рад/с; S , см, t , секундах. Схеми механізмів дано на рис. 63, а розрахункові величини – у табл. 10.

Таблиця 10

Варіант вихідних даних	Радіуси коліс, см				Час t_1 , с	Вага вантажу G , Н	Рівняння руху ведучої ланки
	R_1	r_1	R_2	r_2			
1	4	2	12	10	1	100	$S_3 = 3t^2 -$

							$7t$
2	6	3	16	14	1,5	120	$v_3 = 4t^2 - 5t$
3	8	4	20	18	2	150	$\varphi_1 = 2(t^2 - 3t)$
4	10	5	24	22	1	180	$\omega_1 = 8t - 5t^2$
5	4	2	14	12	1,5	200	$\varphi_2 = 4(5t - t^2)$
6	6	3	18	16	2	220	$\omega_2 = 3(t^2 + t)$
7	8	4	22	20	0,8	250	$S_3 = 10t^3$
8	10	5	26	24	1	280	$v_3 = 10(t^3 + 2t^2)$
9	4	2	16	14	1,5	300	$\varphi_1 = 2(t^3 - 3t)$
0	6	3	20	18	2	350	$\omega_1 = 3(2t - 3t^2)$



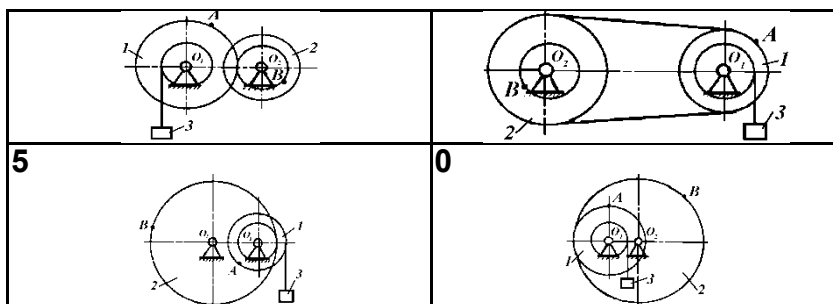


Рис. 63

△ *Вказівки до розв'язку задачі.*

- Опрацювати теми: “Плоска система сил”, “Кінематика точки”, “Кінематика найпростіших рухів твердого тіла”, “Метод кінетостатики”.

- Розглянути розв'язок задач – [3] приклади 1.20, 1.22, 1.23; [5] приклади 9.4, 9.5, 9.8, 9.9, 10.3, 10.6, 10.7; [8] приклади 25, 26, 27, 85, 86; [9] задачі 59, 60, 61, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71; [11] № 203 (с. 81), 216 (с. 86), 226 (с. 88), 234 (с. 89).

✓ *Необхідно знати.*

- Властивості і характеристики поступального й обертального рухів твердого тіла.

- При відсутності взаємного проковзування швидкості точок дотику однакові для обох тіл.

- Формули швидкостей і прискорень для точок обертового тіла.

- Способи передачі обертального руху.

- Метод кінетостатики.

✓ *Необхідно вміти.*

- Класифікувати найпростіші рухи твердих тіл.

- Знаходити похідні від різних функцій за часом.

- Визначати швидкості і прискорення точок обертового тіла.

- Визначати динамічні реакції в'язей з допомогою методу кінетостатики.

🦋 **Приклад 2**

Для механізму (рис. 64 а), який складається з тіла 3 та двох шківів 1 і 2, з'єднаних пасовою передачею, визначити швидкості і прискорення точок А і В та натяг шнура, до якого прикріплено вантаж 3, якщо відомо, що $S = 10t + 12t^3$, $r_2 = 12$ см, $R_2 = 24$ см,

$R_1 = 16 \text{ см}$, $t_1 = 1 \text{ с}$, $G = 100 \text{ Н}$. Масою шнура і тертям у ланках механізму знехтувати.

Розв'язок:

1. Тіло 3 рухається поступально, тому, згідно з теоремою про поступальний рух тіла,

$$v_B = v_3 = \frac{dS}{dt} = 10 + 36t^2;$$

при $t_1 = 1 \text{ с}$ швидкість точки В рівна $v_B = 46 \text{ см/с}$ і напрямлена вертикально вниз; прискорення точки В

$$a_B = \frac{dv_B}{dt} = 72t;$$

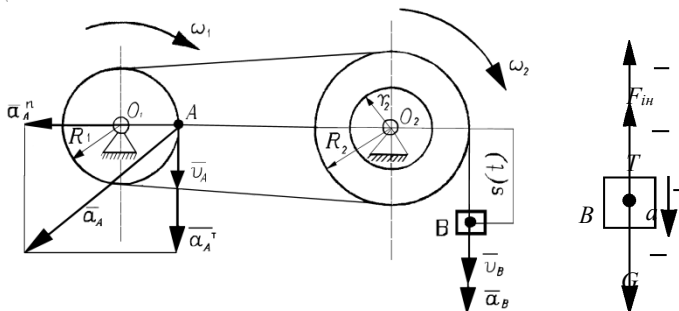
при $t_1 = 1 \text{ с}$ прискорення $a_B = 72 \text{ см/с}^2$ і напрямлене вертикально вниз (рис. 64 а).

2. Швидкість точки шківів, де канат сходить з нього, дорівнює швидкості тіла 3, тому кутова швидкість шківів дорівнює

$$\omega_2 = \frac{v_3}{r_2} = \frac{10 + 36t^2}{12} \text{ рад/с}.$$

Швидкості точок ободу шківів дорівнюють швидкостям точок паса, оскільки відносне ковзання відсутнє

$$v_n = \omega_2 R_2 = 2(10 + 36t^2) \text{ см/с}.$$



а

б

Рис. 64

3. Швидкість точки А обода першого шківa може бути визначена за умови, що відносне ковзання відсутнє

$$v_A = v_1 = v_n = 2(10 + 36t^2);$$

при $t_1 = 1 \text{ с}$ швидкість точки А $v_A = 92 \text{ см/с}$ і напрямлена вертикально вниз.

4. Кутова швидкість шківa 1 дорівнює

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{2(10 + 36t^2)}{16};$$

при $t_1 = 1 \text{ с}$ $\omega_1 = 11,5 \text{ рад/с}$.

5. Кутове прискорення шківa 1 рівне

$$\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{72t}{8} = 9t;$$

при $t_1 = 1 \text{ с}$ $\varepsilon = 9 \text{ рад/с}^2$. Напрями кутової швидкості і кутового прискорення шківa 1 збігаються, оскільки вони мають однакові знаки.

6. Прискорення точки А рівне

$$a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2},$$

де $a_A^n = \omega_1^2 R_1$ – нормальна складова прискорення,

$a_A^\tau = \varepsilon_1 R_1$ – дотична складова прискорення.

При $t_1 = 1 \text{ с}$ $a_A^n = 11,5^2 \cdot 16 = 2016 \text{ см/с}^2$, $a_A^\tau = 9 \cdot 16 = 144 \text{ см/с}^2$, $a_A = \sqrt{2016^2 + 144^2} = 2018 \text{ см/с}^2$. Напрями швидкостей і прискорень показано на рис. 64 а.

7. До вантажу прикладаємо активні сили і реакції в'язей: сила тяжіння $\vec{G}$, направлена вертикально вниз, реакція шнура $\vec{T}$, чисельно рівна його натягу і направлена вертикально ввєрх. Умовно прикладаємо до цих сил силу інерції $\vec{F}_{iH}$, направлену протилежно прискоренню вантажу, тобто вертикально вниз (рис. 64 б).

8. Складаємо рівняння рівноваги

$$T + F_{iH} - G = 0, \text{ звідки натяг шнура дорівнює}$$

$$T = -F_{iH} + G = -\frac{G}{g}a + G = -\frac{100}{9,81} \cdot 0,72 + 100 = 92,66 \text{ Н.}$$

Відповідь: $v_A = 92 \text{ см/с}$, $v_B = 46 \text{ см/с}$, $a_A = 2018 \text{ см/с}^2$, $a_B = 72 \text{ см/с}^2$,

$$T = 92,66 \text{ Н.}$$

Задача 3

У заданій стержневій системі кожен стержень складається з двох рівнобічних кутників (рис. 65). При заданому значенні сил F_1 , F_2 та F_3 визначити з розрахунку на міцність при $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$ необхідні площі поперечних перерізів стержнів і підібрати відповідні номери профілів. Обчислити ступінь недовантаження чи перевантаження стержнів при прийнятих стандартних розмірах перерізу. Вихідні дані для задачі 3 вибрати з табл. 11.

Таблиця 11

Варіант т вихідних даних	Сили, кН			Кути, град	
	F_1	F_2	F_3	α	β
1	30	35	40	25	30
2	50	50	45	30	50
3	60	50	50	35	45
4	45	50	55	35	40
5	55	60	60	50	35
6	40	60	30	45	40
7	40	30	40	30	40
8	40	30	20	35	15
9	20	35	35	25	45

0	25	35	65	35	30
---	----	----	----	----	----

△ *Вказівки до розв'язку задачі.*

- Опрацювати теми: “Основні поняття та аксіоми статички”, “Плоска система сил”, “Механіка матеріалів і конструкції. Основні положення”, “Розтяг і стиск”.

- Розглянути розв'язок задач – [3] приклади 2.4, 2.5; [4] № 1.60, 1.74; [5] приклад 19.4; [6] приклади 2.15, 2.17, 2.18;

✓ *Необхідно знати.*

- Рівняння рівноваги плоскої системи збіжних сил

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0;$$

- Умову міцності при розтягу (стиску) $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$.

✓ *Необхідно вміти.*

- Замінити зв'язки їх реакціями.

- Знаходити об'єкт, на який діють усі активні і реактивні сили.

- Вибирати раціональний напрям координатних осей.

- Проектувати силу на осі.

- Визначати поздовжню силу в перерізі.

- Визначати необхідну площу поперечного перерізу за умови міцності при розтягу (стиску).

- Підбирати за таблицями стандартів необхідні номери профілів.

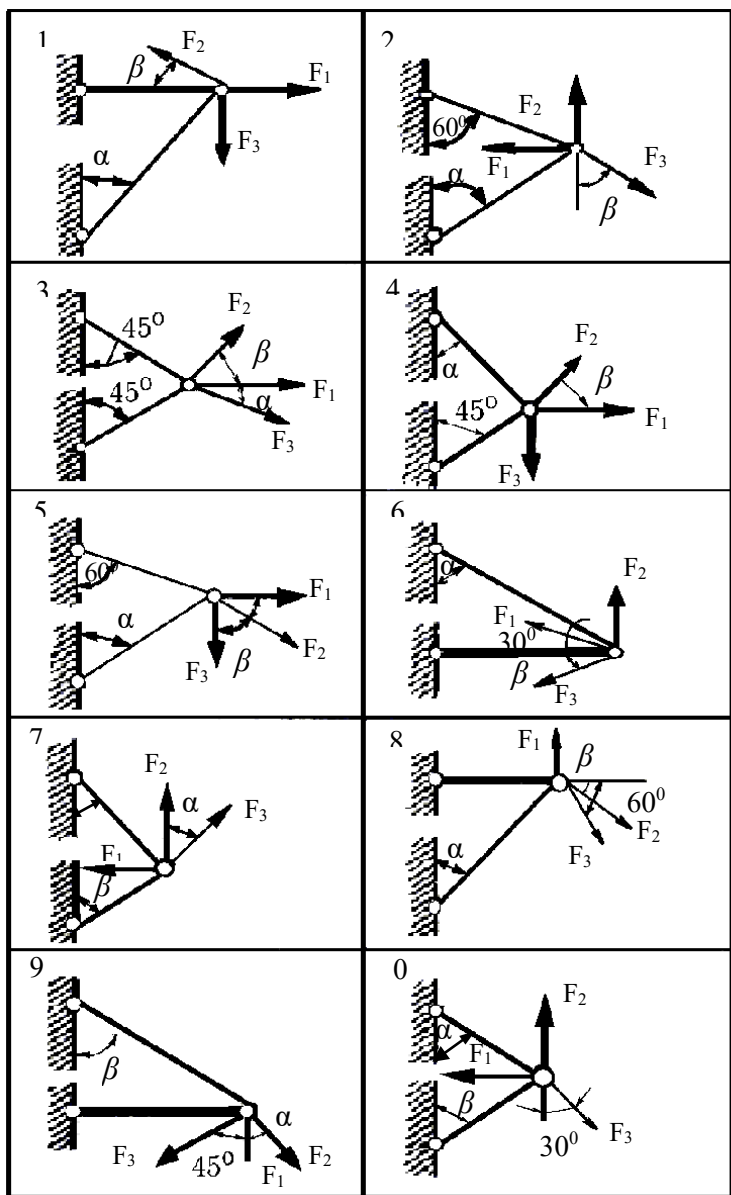


Рис. 65

Приклад 3

Для заданої системи двох стержнів однакового поперечного перерізу, що складаються з двох рівнобічних кутників, навантажених силою $F = 170 \text{ кН}$ (рис. 66 а), визначити:

- необхідну площу поперечних перерізів стержнів і підібрати за таблицями стандартів відповідні номери профілів;
- визначити відсоток недовантаження чи перевантаження кожного стержня.

Розв'язок.

1. Розглядаємо рівновагу шарніра С, на який діє система збіжних сил: активна сила F та реакції зв'язків N_1 та N_2 (рис. 66 б).

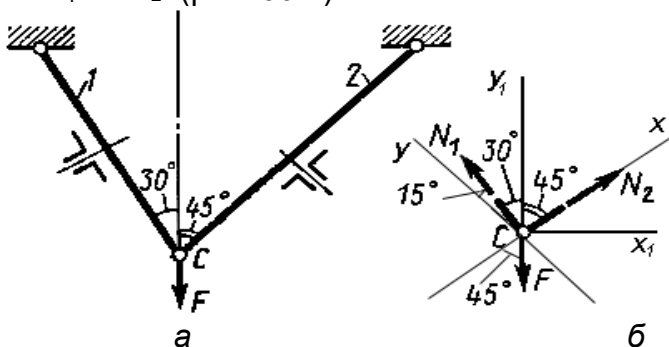


Рис. 66

2. Вибираємо систему координат x_1y_1 , провівши вісь x через невідому реакцію N_2 (для спрощення рівнянь рівноваги систему координат вибирають таким чином, щоб хоча б одна з координатних осей співпадала з невідомою реакцією стержня). Складаємо рівняння рівноваги

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = N_2 + N_1 \cos 75^\circ - F \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{yi} = N_1 \cos 15^\circ - F \cos 45^\circ = 0.$$

3. Визначаємо зусилля в стержнях

$$N_1 = \frac{F \cos 45^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{170 \cos 45^\circ}{\cos 15^\circ} = 124,45 \text{ кН};$$

$$N_2 = F \cos 45^\circ - N_1 \cos 75^\circ = 170 \cos 45^\circ - 124,45 \cos 75^\circ = 87,98 \text{ кН}.$$

4. Виконуємо перевірку, вибравши нове розміщення координатних осей $x_1 y_1$ (рис. 66 б)

$$\sum_{i=1}^n F_{yi} = N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 45^\circ - F = 124,45 \cos 30^\circ + 87,98 \cos 45^\circ - 170 = 0$$

Отже, зусилля в стержнях визначено вірно.

5. Визначаємо необхідну площу поперечного перерізу для найбільш навантаженого стержня

$$N_{\max} = N_1 = 124,45 \text{ кН}.$$

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{124,45 \cdot 10^3}{140} = 889 \text{ мм}^2 = 8,89 \text{ см}^2.$$

Площу рівнобічного кутника підбираємо за значенням

$$\frac{A_1}{2} = \frac{8,89}{2} = 4,445 \text{ см}^2. \text{ Користуючись таблицями}$$

стандартів ДСТУ 2251–93 (дод. 1), вибираємо профіль

№ 6,3 (63×63×4) з площею перерізу $A = 4,96 \text{ см}^2$.

Таким чином, площа поперечного перерізу стержнів буде рівна $2A = 2 \cdot 4,96 = 9,92 \text{ см}^2$. Робоче напруження в поперечних перерізах стержнів порівнюватиме

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{124,45 \cdot 10^3}{2 \cdot 4,96 \cdot 10^2} = 125,45 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2A} = \frac{87,98 \cdot 10^3}{2 \cdot 4,96 \cdot 10^2} = 88,69 \text{ МПа}.$$

6. Стержень 1 недовантажений на

$$\frac{[\sigma] - \sigma_1}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{140 - 125,45}{140} \cdot 100\% = 10,39\%$$

Стержень 2 недовантажений на

$$\frac{[\sigma] - \sigma_2}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{140 - 88,69}{140} \cdot 100\% = 36,65\%$$

Задача 4

Сталева балка, жорстко закріплена одним кінцем, навантажена зосередженою силою F , парою сил з моментом M та рівномірно розподіленим навантаженням q (рис. 67). Побудувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів. Вихідні дані для задачі 4 вибрати з табл. 12.

Таблиця 12

Варіант вихідних даних	Сила F , кН	Пара сил з моментом M , кН · м	Рівномірно розподілене навантаження q , кН	Відстані, м		
				а	в	с
1	50	10	20	2	3	1
2	10	10	20	1	2	2
3	40	30	20	2	2	3
4	30	10	10	4	1	2
5	20	10	30	2	2	2
6	60	10	5	3	2	3
7	40	10	20	1	4	1
8	30	20	20	3	1	1
9	50	20	20	2	2	4
0	20	10	20	1	3	3

△ *Вказівки до розв'язку задачі.*

- Опрацювати теми: “Механіка матеріалів і конструкцій. Основні положення”, “Згин”.

- Розглянути розв'язок задач – [3] приклади 2.17, 2.18, 2.19, 2.20, 2.21; [4] № 4.24, 4.26, 4.29, 4.32, 4.73; [5] приклади 23.1, 23.2, 23.3, 23.4, 23.5, 23.6; [6] приклади 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, 7.10, 7.13, 7.14; [8] приклади 19, 20; [11] № 126 (с. 213), 127 (с.214), 129 (с.216), 132 (с.221), 137 (с.228) .

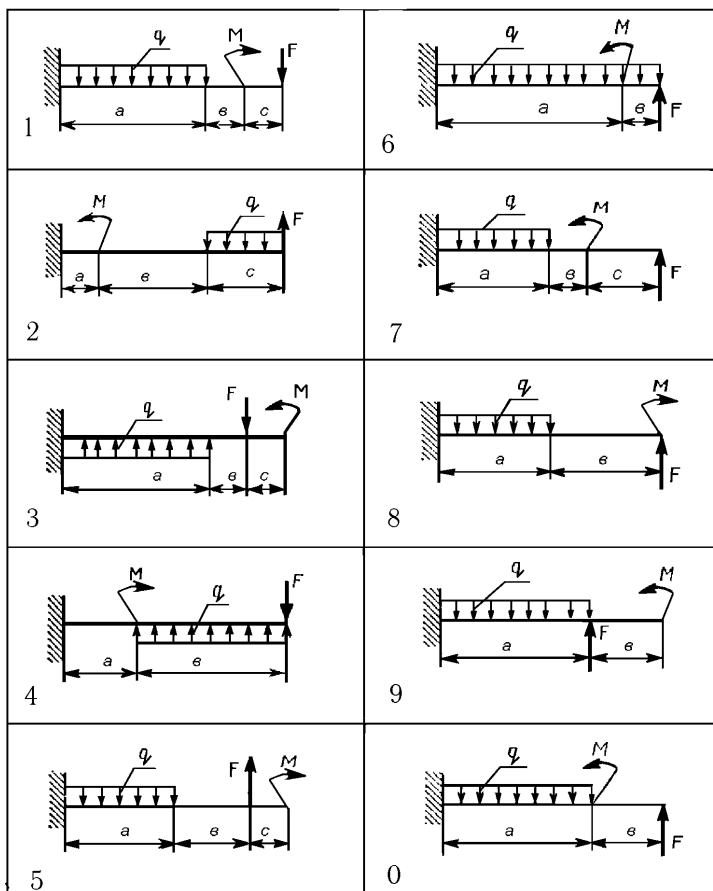


Рис. 67

✓ *Необхідно знати.*

• Правила побудови епюр поперечних сил і згинаючих моментів.

✓ *Необхідно вміти.*

- Визначати поперечну силу і згинаючий момент у довільному перерізі.
- Будувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів.

👉 Зверніть увагу

Послідовність розв'язування задач.

1. Балка розділяється на ділянки по характерних точках.

2. Визначається вигляд епюри поперечних сил на кожній ділянці залежно від зовнішнього навантаження.

3. Обчислюються поперечні сили в характерних перерізах і будується епюра поперечних сил.

4. Визначається вигляд епюри згинаючих моментів на кожній ділянці залежно від зовнішнього навантаження. Обчислюються згинаючі моменти в характерних перерізах і будується епюра згинаючих моментів.

🦋 Приклад 4

Для заданої консольної балки (рис. 68 а) побудувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів.

Розв'язок.

1. Для побудови епюр ділимо балку на ділянки по характерних точках *О, В, С, Д* (рис. 68 а). Побудову епюр починаємо з вільного кінця балки, що дозволяє не визначати опорні реакції.

2. Визначаємо величини поперечних сил у характерних перерізах.

На вільному кінці балки (точка *О*) прикладено зосереджену силу *F*. Поперечна сила в цій точці зліва дорівнює

$$Q_o^{лів} = -F = -20 \text{ кН}.$$

Це значення зберігається по всій довжині ділянки OB . Поперечна сила в точці B

$$Q_B = -F = -20 \text{ кН}.$$

Наявність зосередженої пари сил у точці B на епюрі Q_y не відображається. На ділянці BC діє розподілене навантаження і поперечна сила змінюється за лінійним законом. Для побудови цієї частини епюри треба знати два значення Q_y . Одне з них відоме $Q_B = 20 \text{ кН}$. Визначаємо Q_y в перерізі C як суму сил, прикладених до балки справа від цього перерізу

$$Q_C = -F + q \cdot CB = -20 + 5 \cdot 6 = 10 \text{ кН}.$$

У перерізі D Q_y рівна

$$Q_D = -F + q \cdot CB = -20 + 5 \cdot 6 = 10 \text{ кН}.$$

За одержаними результатами будуємо епюру поперечних сил (рис. 68 б).

3. Будуємо епюру згинаючих моментів.

На вільному кінці балки $M_{x0} = 0$, оскільки зосередженої пари сил у перерізі O немає. На ділянці OB згинаючий момент M_x змінюється за лінійним законом ($Q_{y1} = \text{const}$). Визначаємо момент у перерізі, нескінченно близькому (справа) до точки B

$$M_{xB}^{np.} = F \cdot OB = 20 \cdot 2 = 40 \text{ кН}.$$

У перерізі B на епюрі M_x стрибок вниз відповідає моменту прикладеної в цьому перерізі пари

$$M_{xB}^{pis.} = F \cdot OB - M = 20 \cdot 2 - 10 = 30 \text{ кНм}.$$

На ділянці BC момент змінюється за квадратичним законом. Епюра обернена випуклістю вверх, тобто назустріч навантаженню. Отже, у перерізі C згинаючий момент дорівнює алгебраїчній сумі

моментів від розподіленого навантаження q , моменту M пари сил та зосередженої сили F

$$M_{xC} = F \cdot OC - M - \frac{qCB^2}{2} = 20 \cdot 8 - 10 - \frac{5 \cdot 6^2}{2} = 60 \text{ кНм}$$

На ділянці CD M_x змінюється за лінійним законом. У перерізі D маємо:

$$M_{xD} = F \cdot OD - M - q \cdot CB (0,5CB + DC) = 20 \cdot 10 - 10 - 5 \cdot 6 \cdot (3 + 2) = 40 \text{ кНм}$$

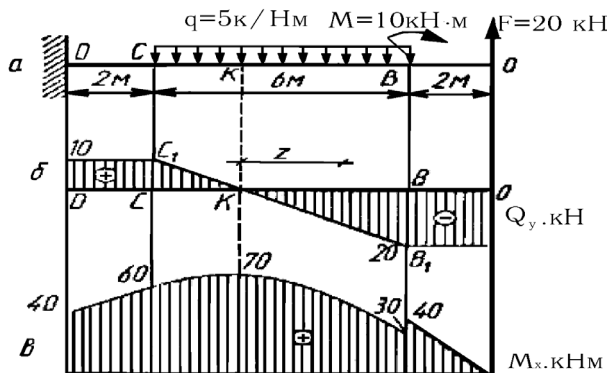


Рис. 68

На ділянці BC епюра Q_y проходить через нуль (точка K), отже, епюра M_x (парабола) має екстремальне значення — $M_{x \max}$.

Визначаємо абсцису z перерізу K , в якому $Q_y = 0$, використавши подібність трикутників $\triangle CC_1K$ та $\triangle KBB_1$

$$\frac{CC_1}{BB_1} = \frac{CB - KB}{KB}, \text{ звідки } KB = \frac{BB_1 \cdot CB}{CC_1 + BB_1} = \frac{20 \cdot 6}{10 + 20} = 4 \text{ м.}$$

Отже, згинаючий момент у перерізі K буде

$$M_{xK} = F \cdot OK - M - \frac{qKB^2}{2} = 20 \cdot 6 - 10 - \frac{5 \cdot 4^2}{2} = 70 \text{ кНм.}$$

Епюру згинаючих моментів зображено на рис. 68 в. Виходячи з епюри M_x найбільше значення згинаючого моменту – в точці К $M_{x \max} = 70 \text{ кНм}$.

Задача 5

Для заданої двохопорної балки, навантаженої зосередженими силами F_1 і F_2 та парою сил з моментом M (рис. 69), побудувати епюру згинаючих моментів.

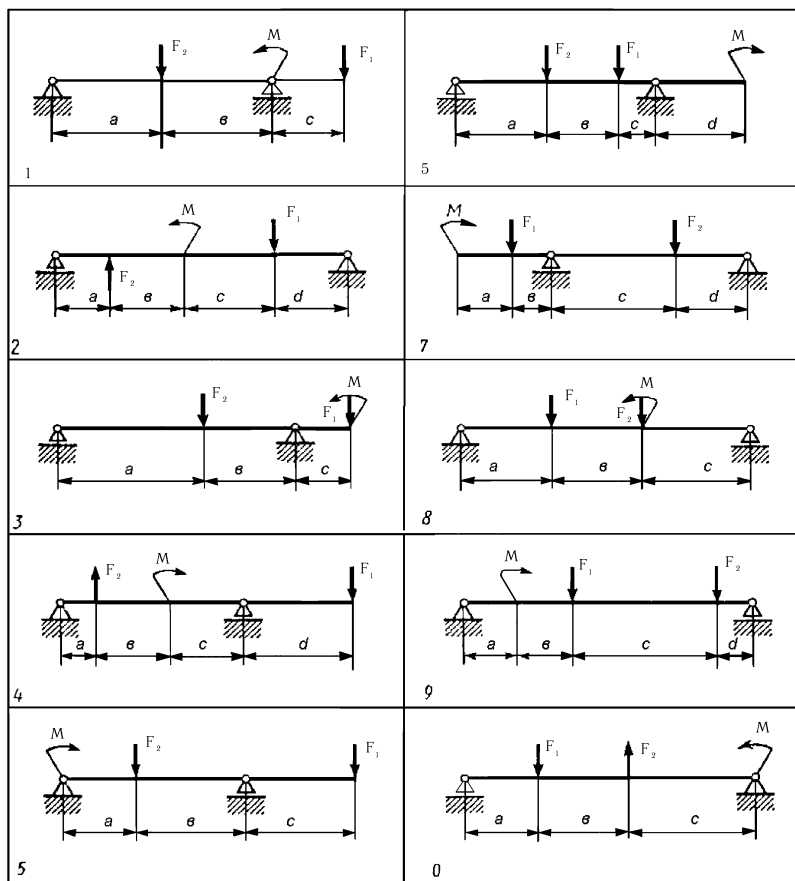


Рис. 69

Визначити розміри перерізу в двох варіантах:

- балка двотаврового перерізу;
- балка має переріз прямокутника зі співвідношенням сторін h/b . Порівняти маси балок в обох розрахункових варіантах. Допустиме напруження для матеріалу балки приймаємо $[\sigma]$. Вихідні дані для задачі 5 вибираємо з табл. 13.

Δ *Вказівки до розв'язку задачі.*

- Опрацювати теми: “Основні поняття та аксіоми статyki”, “Плоска система сил”, “Механіка матеріалів і конструкцій”. “Основні положення”, “Геометричні характеристики плоских перерізів”, “Згин”.
- Розглянути розв'язок задач – [3] приклади 1.9, 1.10, 2.17, 2.18, 2.19, 2.20, 2.21; [4] № 4.24, 4.26, 4.29, 4.32, 4.73; [5] приклади 5.1, 5.2, 23.1, 23.2, 23.3, 23.4, 23.5, 23.6; [6] приклади 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, 7.10, 7.13, 7.14; [8] приклади 6, 7, 19, 20; [9] задачі 24, 27, 28, 29; [11] № 62 (с. 26), 71 (с. 29), 126 (с. 213), 127 (с.214), 129 (с.216), 132 (с.221), 137 (с. 228).

Таблиця 13

Варіант вихідних даних	Сили, кН		Пара сил з моментом M , кН · м	Відстані, м				Відношення сторін прямокутного перерізу h/b	Допустиме напруження $[\sigma]$, МПа
	F_1	F_2		a	b	c	d		
1	20	10	15	5	2	2	3	1,5	120
2	25	35	10	1	6	3	1	2	140

3	1 0	8	25	7	1	1	4	1	150
4	1 5	20	5	2	4	4	3	1,5	160
5	3 0	15	20	4	6	1	2	2	180
6	5	10	10	2	4	6	1	1	200
7	1 2	25	8	1	5	2	4	1,5	160
8	1 8	10	14	3	3	4	2	0,8	140
9	1 6	30	12	2	4	5	3	1	150
0	2 0	8	15	6	2	3	1	2	180

✓ *Необхідно знати.*

• Рівняння рівноваги плоскої системи паралельних сил $\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0$, $\sum_{i=1}^n M_O(F_i) = 0$ та $\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0$, $\sum_{i=1}^n M_B(F_i) = 0$.

• Правила побудови епюр поперечних сил і згинаючих моментів.

• Умову міцності при згині $\sigma = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma]$.

✓ *Необхідно вміти.*

• Замінити зв'язки їх реакціями.
 • Проектувати силу на вісь.
 • Обчислити момент сили відносно точки.
 • Визначати поперечну силу і згинаючий момент у перерізі.

- Будувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів.
- Визначати необхідний осьовий момент опору поперечного перерізу з умови міцності при згині.
- Підбирати за таблицями стандартів необхідні номери профілів.

👉 Зверніть увагу

Послідовність розв'язку задачі 5 аналогічна попередній задачі, але дану задачу починають розв'язувати з визначення опорних реакцій балки.

🔗 Приклад 5

Для заданої балки (рис.70) побудувати епюру згинаючих моментів та визначити необхідні розміри поперечного перерізу балки в двох варіантах:

- прямокутника зі співвідношенням сторін $h/b = 1.5$;
- круга. При знайдених розмірах порівняти маси балки по обох розрахункових варіантах. Для матеріалу балки прийняти $[\sigma] = 160 \text{ Н/мм}^2$.

Розв'язок.

1. Визначаємо реакції R_B і R_D шарнірних опор (Горизонтальна складова реакції шарнірно-нерухомої опори B у даному випадку рівна нулю. Напрям реакцій вибираємо довільно). Складаємо рівняння рівноваги, вибравши за центри моментів точки B і D :

$$\begin{aligned} \sum M_D = 0, \quad \sum M_D &= M_1 - F_2 \cdot CD - M_2 - R_B \cdot BD + F_1 \cdot OD = 0, \\ \sum M_B = 0, \quad \sum M_B &= M_1 + R_D \cdot BD - M_2 + F_2 \cdot BC + F_1 \cdot OB = 0, \end{aligned}$$

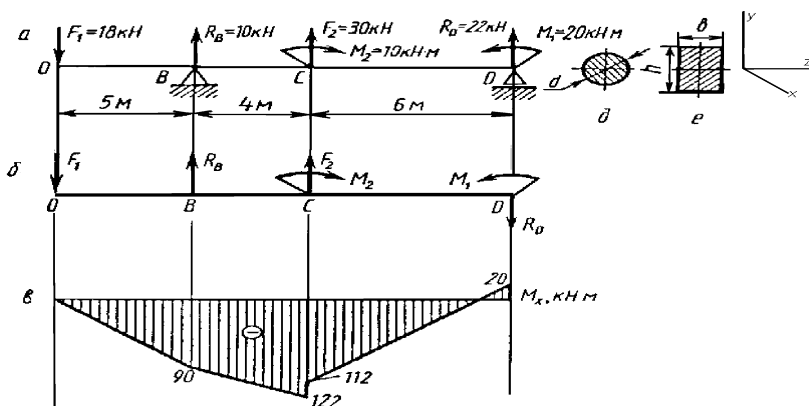


Рис. 70

$$R_B = \frac{M_1 - F_2 CD - M_2 + F_1 OD}{BD} = \frac{20 - 30 \cdot 6 - 10 + 18 \cdot 15}{10} = 10 \text{ кН};$$

$$R_D = \frac{-F_1 OB + M_2 - F_2 BC - M_1}{BD} = \frac{-18 \cdot 5 + 10 - 30 \cdot 4 - 20}{10} = -22 \text{ кН}$$

Знак “ - ” свідчить, що дійсний напрям реакції R_D протилежний попередньо вибраному (рис. 70 б). Виконуємо перевірку

$$\sum Y_i = 0, -F_1 + R_B + F_2 - R_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0$$

Умова $\sum Y_i = 0$ виконується, отже, реакції опор визначені вірно. При побудові епюр використовуємо тільки дійсний напрям реакцій опор.

2. Ділимо балку на ділянки за характерними перерізами O, B, C, D (рис. 70 б). Епюру згинаючих моментів будемо за характерними точками, тобто обчислюємо значення M_x в характерних перерізах (рис. 70 в).

$$M_{x0} = 0,$$

$$M_{xB} = -F_1 \cdot OB = -18 \cdot 5 = -90 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_{xC}^{\text{ліс.}} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_{xC}^{np.} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC + M_2 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 \\ = -112 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для спрощення розрахунків наступне обчислення M_x доцільно проводити зліва направо.

$$M_{xD}^{лів.} = M_1 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Обчислюємо розміри перерізу балки за умови міцності на згин

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{122 \cdot 10^6}{160} = 0,762 \cdot 10^6 \text{ мм}.$$

4. Визначаємо розміри круглого перерізу балки.
Момент опору круглого перерізу:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32},$$

звідки

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0,762 \cdot 10^6}{3,14}} = 196 \text{ мм}.$$

Площа перерізу в цьому випадку буде рівна

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 196^2}{4} = 30156,56 \text{ мм}^2.$$

5. Визначаємо розміри прямокутного перерізу балки із заданим співвідношенням сторін $\frac{h}{b} = 1,5$. Для прямокутного перерізу момент опору дорівнює

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6},$$

звідки одержимо

$$b = \sqrt[3]{\frac{6W_x}{2,25}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0,762 \cdot 10^6}{2,25}} = 127$$

мм.

Враховуючи, що $h = 1,5b = 1,5 \cdot 127 = 190,5 \approx 191 \text{ мм}$,
площа прямокутного перерізу балки

$$A_2 = bh = 127 \cdot 191 = 24257 \text{ мм}^2$$

Співвідношення мас балок однакової довжини дорівнює співвідношенню площ їх поперечних перерізів

$$\sigma_{3M} = \frac{M}{S_F I_p} \leq [\sigma]_{3M}$$

Отже, балка круглого перерізу важча за балку прямокутного перерізу (за заданим співвідношенням сторін) в 1,25 раза.

Задача 6

Для сталевого вала постійного поперечного перерізу (рис. 71), який передає потужність P , кВт, при кутовій швидкості ω , рад/с, необхідно: побудувати епюру крутних моментів; побудувати епюри згинаючих моментів у вертикальній і горизонтальній площинах; визначити необхідний діаметр вала. Розрахунок виконати за гіпотезою найбільших дотичних напружень. Одержане значення діаметра округлити до найближчого стандартного значення. Прийняти $F_r = 0.37F$. Вихідні дані для задачі 6 вибрати з табл. 14.

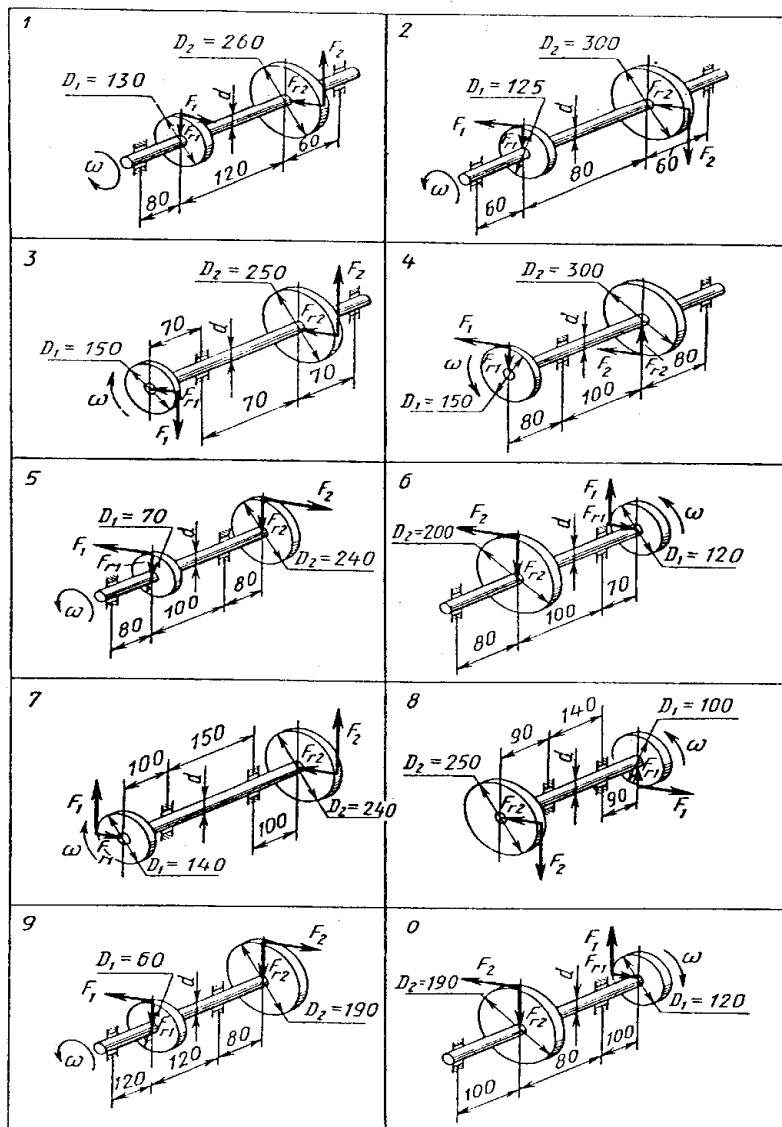


Рис. 71

Таблиця 14

Варіант вихідних даних	Потужність на валу P , кВт	Кутова швидкість вала ω , рад/с	Допустиме напруження $[\sigma]$, МПа
1	6	22	50
2	8	23	55
3	10	30	70
4	11	31	65
5	9	32	50
6	12	38	55
7	5	20	45
8	15	45	65
9	14	18	50
0	10	35	60

△ *Вказівки до розв'язку задачі.*

- Опрацювати теми “Основні поняття та аксіоми статички”, “Просторова система сил”, “Механіка матеріалів і конструкцій. Основні положення”, “Геометричні характеристики плоских перерізів”, “Кручення”, “Згин”, “Теорії міцності”.

- Розглянути розв'язок задач – [2] приклади 2.28; [3] приклади 1.15, 2.27; [4] № 6.16; [5] приклади 7.2, 24.3; [6] приклади 9.2, 9.3; [8] приклади 9, § 52; [9] задачі 43, 44; [11] № 225 (с. 288).

✓ *Необхідно знати.*

- Рівняння рівноваги просторової системи сил

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0, \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0, \sum_{i=1}^n F_{zi} = 0, \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0, \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0, \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0.$$

- Потужність при обертальному русі $p = M_{об} \cdot \omega$.

- Правила побудови епюр крутних і згинаючих моментів.

- Умову міцності бруса круглого поперечного перерізу при розрахунках на згин з крученням

$$\sigma_{екв} = \frac{M_{екв}}{W_x} \leq [\sigma].$$

✓ *Необхідно вміти.*

- Замінити зв'язки їх реакціями.
- Проектувати силу на вісь.
- Обчислити момент сили відносно точки і осі.
- Визначати крутний і згинаючий момент в перерізі.
- Будувати епюри крутних і згинаючих моментів.
- Визначати еквівалентні моменти в перерізах.
- Визначати з умови міцності розміри в небезпечних перерізах.

Зверніть увагу

Задача розв'язується в послідовності.

1. За заданою потужністю P і кутовою швидкістю ω визначають обертальні моменти, що діють на вал.
2. Визначають колові та радіальні зусилля.
3. Приводять діючі навантаження до осі вала. Звільняють вал від опор, замінивши їх дію реакціями. Зображають розрахункову схему вала.
4. Визначають опорні реакції в горизонтальній та вертикальній площинах.
5. Будують епюру крутних моментів.
6. Будують епюри згинаючих моментів у вертикальній та горизонтальній площинах.
7. Визначають еквівалентний момент у небезпечному перерізі.

8. Визначають необхідне значення моменту опору поперечного перерізу.

9. Визначають необхідний діаметр вала.

Приклад 6

Для сталевого вала постійного поперечного перерізу (рис. 72 а), який передає потужність $P = 15$ кВт при кутовій швидкості $\omega = 30$ рад/с, визначити діаметр вала. Розрахунок виконати: а) за гіпотезою найбільших дотичних напружень, б) за гіпотезою потенціальної енергії формозміни, прийнявши значення $[\sigma] = 160$ МПа

Розв'язок.

1. Визначаємо обертальний момент, що передається валом

$$M_1 = M_2 = \frac{P}{\omega} = \frac{15 \cdot 10^3}{30} = 500 \text{ Нм}$$

2. Визначаємо колові сили, що діють на зубчасті колеса

$$F_1 = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 500}{0,1} = 10000 \text{ Н} = 10 \text{ кН},$$

$$F_2 = \frac{2M_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 500}{0,25} = 4000 \text{ Н} = 4 \text{ кН}.$$

3. Визначаємо радіальні зусилля

$$F_{r1} = 0,4 \cdot 1000 = 4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 4 \text{ кН},$$

$$F_{r2} = 0,4 \cdot 4000 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1,6 \text{ кН}.$$

Складаємо розрахункову схему вала (рис. 72 б).

4. Визначаємо реакції опор у вертикальній площині

$$\sum M_A = -F_{r1} \cdot AC - F_{r2} \cdot AD + R_{By} \cdot AB = 0,$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1}AC + F_{r2}AD}{AB} = \frac{4 \cdot 0,05 + 1,6 \cdot 0,25}{0,3} = \text{кН}$$

$$\sum M_B = -R_{Ay} \cdot AB + F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB = 0,$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r1} BC + F_{r2} DB}{AB} = \frac{4 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,05}{0,3} = 3,6 \text{ кН}$$

Перевірка: $\sum Y_i = R_{Ay} - F_{r1} - F_{r2} + R_{By} = 2 - 4 - 1,6 + 3,6 = 0$.

Рівність $\sum Y_i = 0$, отже R_{Ay} і R_{By} визначені вірно.

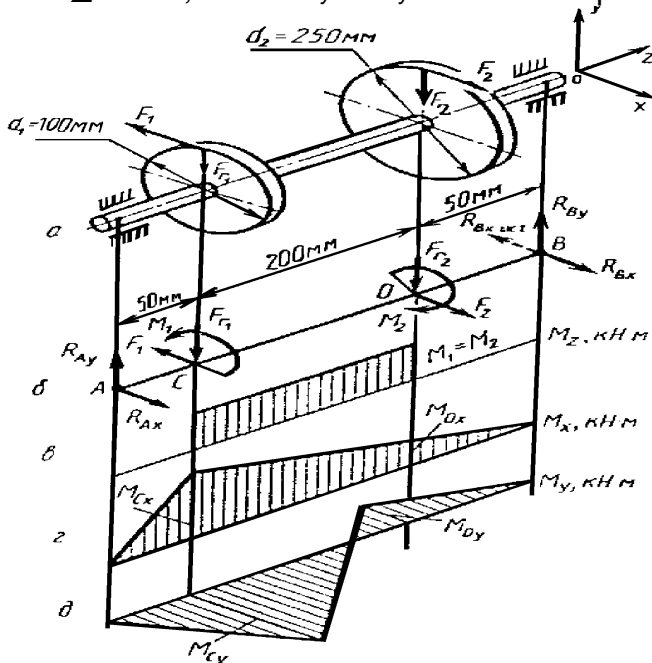


Рис. 72

5. Визначаємо реакції опор у горизонтальній площині

$$\sum M_A = F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD - R_{Bx} \cdot AB = 0,$$

$$R_{Bx} = \frac{F_1 AC - F_2 AD}{AB} = \frac{10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25}{0,3} = -1,66 \text{ кН}$$

Знак “-” свідчить, що дійсний напрям реакції протилежний вибраному.

$$\sum M_B = R_{Ax} \cdot AB - F_1 \cdot BC + F_2 \cdot DB = 0,$$

$$R_{Ax} = \frac{F_1 CB - F_2 DB}{AB} = \frac{10 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,05}{0,3} = 7,66 \text{ кН}$$

Перевірка: $\sum X_i = R_{Ax} - F_1 + F_2 + R_{Bx} = 0$.

Рівність $\sum X_i = 0$ виконується, отже, реакції R_{Ax} і R_{Bx} визначені правильно.

6. Будуємо епюру крутних моментів M_z (рис. 72 в).

7. Визначаємо значення згинаючих моментів M_z у характерних перерізах у вертикальній площині

$$M_{Cx} = R_{Ay} \cdot AC = 3,6 \cdot 0,05 = 0,18 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_{Dx} = R_{Ay} \cdot AD - F_1 \cdot CD = 3,6 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ кН}$$

$$\text{або } M_{Dx} = R_{By} \cdot DB = 2 \cdot 0,05 = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

8. Визначаємо значення згинаючих моментів M_y у характерних перерізах в горизонтальній площині

$$M_{Cy} = R_{Ax} \cdot AC = 7,66 \cdot 0,05 = 0,383 \text{ кНм},$$

$$M_{Dy} = R_{Ax} \cdot AD - F_1 \cdot CD = 7,66 \cdot 0,25 - 10 \cdot 0,2 = 0,085 \text{ кНм}.$$

Будуємо епюри згинаючих моментів у вертикальній та горизонтальній площинах (рис. 72 г, д).

9. Сумарні згинаючі моменти в характерних перерізах вала

$$R_{Bx} = \frac{F_1 AC - F_2 AD}{AB} = \frac{10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25}{0,3} = -1,66 \text{ кНм},$$

$$M_{zD} = \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,085^2} = 0,13 \text{ кНм}.$$

10. Оскільки значення сумарного згинаючого моменту в перерізі С більше ніж у перерізі D, то переріз С є більш небезпечним. Тому визначаємо еквівалентний момент у перерізі С:

✓ за гіпотезою найбільших дотичних напружень

$$M_{еквIII} = \sqrt{M_{zC}^2 + M_z^2} = \sqrt{0,423^2 + 0,5^2} = 0,655 \text{ кНм}.$$

Визначаємо необхідний діаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{еквIII}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,655 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 34,5 \text{ мм.}$$

✓ за гіпотезою потенціальної енергії формозміни

$$M_{еквV} = \sqrt{M_{зсC}^2 + 0,75M_z^2} = \sqrt{0,423^2 + 0,75 \cdot 0,5^2} = 0,605 \text{ кНм.}$$

Визначаємо необхідний діаметр вала

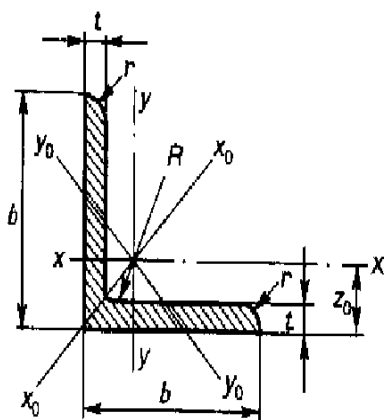
$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{еквV}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,605 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 33,6 \text{ мм.}$$

Приймаємо діаметр вала $d = 34 \text{ мм.}$

Додаток А

Кутики сталеві гарячекатані рівнополічні (за ДСТУ 2251-93(ГОСТ 8509-86))

Позначення



- b – ширина полочки;
- t – товщина полочки;
- R – радіус внутрішнього заокруглення;
- r – радіус заокруглення полочки;
- W – момент опору;
- J – момент інерції;
- I – радіус інерції;
- Z_0 – відстань від центра тяжіння до зовнішньої грані полочки;
- J_x – відцентровий момент інерції.

Таблиця 1

Номер кутика	Розміри, мм				Площа поперечного перерізу, см ²	Довідкові величини для осей								Маса 1 м кутика, кг
	<i>b</i>	<i>t</i>	R	<i>r</i>		x - x			X ₀ - X ₀		y ₀ - y ₀		Z ₀ см	
						<i>J_x</i> , см ⁴	<i>W_x</i> , см ³	<i>I_x</i> , см	<i>J_{x0}</i> _{max} , см ⁴	<i>I_{x0}</i> _{max} , см	<i>J_{y0}</i> _{min} , см ⁴	<i>I_{y0}</i> _{min} , см		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

2	20	34				1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,60	0,89
						1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	0,64	1,15
2,5	25	345*	3,5	1,2		1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	0,73	1,12
						1,86	1	6	5	9	5	4	9	3	1,46
						2,27	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	0,76	1,78
							1,22	0,71	0,73	1,91	0,92	0,53	0,48	0,80	
2,8	28	34	1,0	1,3		1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	0,80	1,27
3	30	345*	4,0	1,3		1,74	1,45	0,67	0,91	2,35	1,10	0,60	0,59	0,85	1,36
						2,27	1,84	0,87	0,80	2,92	1,13	0,77	0,58	0,89	1,78
						2,78	2,20	1,06	0,89	3,47	1,12	0,94	0,58	0,93	2,18

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3,2	32	3 4			1,86 2,43	1,77 2,26	0,77 1,0	0,9 0,9 6	2,80 3,58	1,2 3	0,74 0,94	0,6 0,6 2	0,8 9 4	1,46 1,91
3,5	35	3 4 5	4,5	1,5	2,04 2,17 3,28	2,35 3,01 3,61	0,93 1,21 1,47	1,0 7 1,0 6 1,0 5	3,72 4,76 5,71	1,3 5 1,3 3 1,3 2	0,97 1,25 1,52	0,6 9 0,6 8 0,6 8	0,9 7 1,0 1 1,0 5	1,60 2,10 2,58
4	40	3 4 5 6*			2,35 3,08 3,79 4,48	3,55 4,58 5,53 6,41	1,22 1,60 1,95 2,30	1,2 2 1,2 1 1,2 0	5,63 7,26 8,75 10,1 3	1,5 5 1,5 3 1,5 0	1,47 1,90 2,30 2,70	0,7 8 0,7 8	1,1 3 1,1 7 1,2 1	1,85 2,42 2,98 3,52
4,5	45	3 4 5 6*	5,0	1,7	2,65 3,48 4,29 5,08	5,13 6,63 8,03 9,35	1,56 2,04 2,51 2,95	1,3 9 1,3 8 1,3 7 1,3 6	8,13 10,5 2 12,7 4 14,8 0	1,7 5 1,7 4 1,7 2 1,7 1	2,12 2,74 3,33 3,90	0,8 9 0,8 8	1,2 6 1,3 0 1,3 4	2,08 2,73 3,37 3,99

5	50	3	5,51	1,82	2,96	7,11	1,94	1,5	11,2	1,9	2,95	1,0	1,3	2,32
		4			3,89	9,21	2,54	5	7	5	3,08	0	3	3,05
		5			4,08	11,23	13	1,5	14,6	1,9	4,63	0,9	1,3	3,77
		6			5,69	0	3,69	4	3	4	5,43	9	8	4,47
		7*			6,56	13,04	23	1,5	17,7	1,9	6,21	0,9	1,4	5,15
		8*			7,41	7	4,76	3	7	2	6,98	8	2	5,82
						14,8		1,5	20,7	1,9		0,9	1,4	
						4		2	2	1		8	6	
						16,5		1,5	23,4	1,8		0,9	1,5	
						1		0	7	9		7	0	
								1,4	26,0	1,8		0,9	1,5	
								9	3	7		7	3	
5,6	56	4	6,02	0	4,38	0	3,21	3	9	8	5,41	1	2	3,44
	5				5,41	15,9	3,96	1,7	25,3	2,1	6,59	1,1	1,5	4,25
						7		2	6	6		0	7	
						16,2		1,8	25,6	2,3		1,1	1,6	
						1		5	9	3	6,72	9	2	
		4			4,72	19,7	3,70	1,8	31,4	2,3	8,18	1,1	1,6	3,71
		5			5,83	9	4,56	4	0	2	9,60	8	6	4,58
		6			6,92	23,2	5,40	1,8	36,8	2,3	12,3	1,1	1,7	5,43
		8			9,04	1	7,00	3	1	1	4	8	0	7,10
		10			11,0	29,5	8,52	1,8	46,7	2,2	15,0	1,1	1,7	8,70
			7,02	3	8	5		1	7	7	0	7	8	
					35,3			1,7	55,6	2,2		1,1	1,8	
					2			9	4	4		6	5	
						18,8		1,9	29,9	2,4		1,2	1,6	
						6		5	0	5	7,81	5	9	
		4			4,96	23,1	4,09	1,9	36,8	2,4	9,52	1,2	1,7	3,90
6,3	63	5			6,13	0	5,05	4	0	4	11,1	5	4	4,81
		6			7,28	27,0	5,98	1,9	42,9	2,4	8	1,2	1,7	5,72
						6		3	1	3		4	8	

7	70	4,5	8,02	7	29,0	2,1	46,0	2,7	12,0	1,3	1,8	
					4	6	3	2	4	9	8	
					6,20	5,67	50,6	2,7	13,2	1,3	1,9	4,87
					6,86	6,27	7	2	2	9	0	5,38
		5			8,15	7,43	59,6	2,7	15,5	1,3	1,9	6,39
		6			9,42	8	4	1	2	8	4	7,39
		7			10,6	8,57	68,1	2,6	17,7	1,3	1,9	8,37
		8			7	9,68	9	9	7	7	9	10,2
		10*			13,1	11,8	76,3	2,6	19,9	1,3	2,0	9
					1	2	5	8	7	7	2	
					57,9	2,1	91,5	2,6	24,2	1,3	2,1	
					0	0	2	4	7	6	0	

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	75	5 6 7 8 9	9,03,0	3,0		39,5		2,3	62,6	2,9	16,4	1,4	2,0	
						7,39	3	7,21	1	5	1	1	9	2
						8,78	46,5	8,57	2,3	73,8	2,9	19,2	1,4	2,0
						10,1	7	9,89	0	7	0	8	8	6
						5	53,3	11,1	2,2	84,6	2,8	22,0	1,4	2,1
						11,5	4	8	9	1	9	7	7	0
						0	59,8	12,4	2,2	94,8	2,8	24,8	1,4	2,1
						12,8	4	3	8	9	7	0	7	5
						3	66,1	2,2	104,7	2,8	27,4	1,4	2,1	
						0		7	72	6	8	6	8	
8	80	5,5 6 7 8 10* 12*	9,03,0	3,0		52,6		2,4	83,5	3,1	21,8	1,5	2,1	
						8,63	8	9,03	7	6	1	0	9	7
						9,38	56,9	9,80	2,4	90,4	3,1	23,5	1,5	2,1
						10,8	7	11,3	7	0	1	4	8	9
						5	65,3	2	2,4	103,3	3,0	26,9	1,5	2,2
						12,3	1	12,8	5	60	9	7	8	3
						0	73,3	0	2,4	116,3	3,0	30,3	1,5	2,2
						15,1	6	15,6	4	39	8	2	7	7
						4	83,5	7	2,4	140,3	3,0	36,8	1,5	2,3
						17,9	8	18,4	2	31	4	5	6	5
8	80	5,5 6 7 8 10* 12*	9,03,0	3,0		0	102,74	2	2,4	162,27	3,0	43,2	1,5	2,4
								0		1	1	5	2	

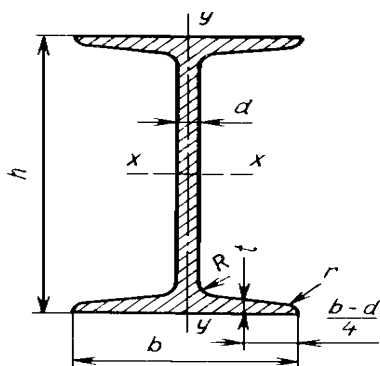
9	90	6 7 8 9 10* 12*	10,3,3 0	10,6	82,1	12,4	2,7	130,0	3,5	33,9	1,7		
				1	0	9	8	0	0	7	9		8,33
				12,2	94,3	14,4	2,7	149,6	3,4	38,9	1,7		9,64
				8	0	5	7	7	9	4	8	2,43	10,9
				13,9	106,	16,3	2,7	168,4	3,4	43,8	1,7	2,47	3
				3	11	6	6	2	8	0	7	2,51	12,2
				15,6	118,	18,2	2,7	186,0	3,4	48,6	1,7	2,55	0
				0	00	9	5	0	6	0	7	2,59	13,4
10	100	6,5 7 8 10 12 14 15* 16	12,4,0 0	17,1	128,	20,9	2,7	203,9	3,4	53,2	1,7	2,67	8
				7	60	7	4	3	5	7	6		15,9
				20,3	149,	23,8	2,7	235,8	3,4	62,4	1,7		6
				3	67	5	1	8	1	0	5		
				12,8	122,	16,6	3,0	193,4	3,8	50,7	1,9		10,0
				2	10	9	9	6	9	3	9		6
				13,7	130,	17,9	3,0	207,0	3,8	54,1	1,9		10,7
				5	59	0	8	1	8	6	8		9
11	110	7 8 10 12 14 15* 16	12,4,0 0	15,6	147,	20,3	3,0	233,4	3,8	60,9	1,9	2,68	12,2
				0	19	0	7	6	7	2	8	2,71	5
				19,2	178,	24,9	3,0	283,8	3,8	74,0	1,9	2,75	15,1
				4	95	7	5	3	4	8	6	2,83	0
				22,8	208,	29,4	3,0	330,9	3,8	86,8	1,9	2,91	17,9
				0	90	7	3	5	1	4	5	2,99	0
				26,2	237,	33,8	3,0	374,9	3,7	99,3	1,9	3,03	20,6
				8	15	3	0	8	8	2	4	3,06	3
11	110	7 8 10 12 14 15* 16	12,4,0 0	27,9	250,	35,9	2,9	395,8	3,7	105,1	1,9		21,9
				9	68	5	9	7	6	48	4		7
				29,6	263,	38,0	2,9	416,0	3,7	111,1	1,9		23,3
				8	82	4	8	4	4	61	4		0
11	110	7 8 10 12 14 15* 16	12,4,0 0	15,1	175,	21,8	3,4	278,5	4,2	72,6	2,1		11,8
				5	61	3	0	4	9	8	9	2,96	9
				17,2	198,	24,7	3,3	314,5	4,2	81,8	2,1	3,00	13,5
				0	17	7	9	1	8	3	8		0

12*	12 0	8 10 12 15	12 0	4,0	18,8	259,	29,6	3,7	112,4	4,6	107,	2,3		14,7
					0	75	8	2	5	8	04	9		6
					23,2	317,	36,5	3,6	503,7	4,6	130,	2,3	3,25	18,2
					4	16	9	9	9	6	54	7	3,33	4
					27,6	371,	43,3	3,6	590,2	4,6	153,	2,3	3,4	121,6
12,5	12 5	8 9 10 14 16	14 0	4,6	0	80	0	7	8	2	33	6	3,53	7
					33,9	448,	52,9	3,6	711,3	4,5	186,	2,3		26,6
					9	90	6	3	2	7	48	4		8
					19,6	294,	32,2	3,8	466,7	4,8	121,	2,4		15,4
					9	36	0	7	6	7	98	9		6
12,5	12 5	8 9 10 14 16	14 0	4,6	22,0	327,	36,0	3,8	520,0	4,8	135,	2,4		17,3
					24,3	48	0	6	0	6	88	8	3,36	0
					3	359,	39,7	3,8	571,0	4,8	148,	2,4	3,40	19,1
					28,8	82	4	5	4	4	59	7	3,45	0
					9	422,	47,0	3,8	670,0	4,8	174,	2,4	3,53	22,6
12,5	12 5	8 9 10 14 16	14 0	4,6	33,3	23	6	2	2	2	43	6	3,61	8
					7	481,	54,1	3,8	763,9	4,7	199,	2,4	3,68	26,2
					37,7	76	7	0	0	8	62	5		0
					7	538,	61,0	3,7	852,8	4,7	224,	2,4		29,6
					56	9	8	4	5	29	4			5

Кутики, відмічені зірочкою, виготовляють на вимогу споживача.

Додаток Б

Балки двотаврові (за ГОСТ 8239-89)



Позначення

h – висота балки;
 b – ширина полички;
 s – товщина стінки;
 t – середня товщина полички;
 R – радіус внутрішнього заокруглення;
 r – радіус заокруглення полички;
 J – момент інерції;
 W – момент опору;
 S – статичний момент півперерізу;
 i – радіус інерції.

Таблица 2

Но мер бал ки	Ма са 1 м, кг	Розміри, мм						Пло ща Пер е різу , см ²	Довідкові величини для осей							
		h	b	s	t	R	r		x - x				y - y			
									J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	
12	11,50	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	
14	13,70	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,55	1,55	
16	15,90	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70	

18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143	7,4	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159	7,5	89,8	89,8	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	1840	184	8,2	104	104	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,3	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2550	232	9,1	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2790	254	9,2	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,9	163	193	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,5	389	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09

50	78, 5	50 0	17 0	10 ,0	15, 2	17, 0	7, 0	100, 0	397 27	15 89	19, 9	91 9	10 43	12 3	3,2 3
55	92, 6	55 0	18 0	11 ,0	16, 5	18, 0	7, 0	118, 0	559 62	20 35	21, 8	11 81	13 56	15 1	3,3 9
60	10 8	60 0	19 0	12 ,0	17, 8	20, 0	8, 0	138, 0	768 06	25 60	23, 6	14 91	17 25	18 2	3,5 4

Додаток В

Значення тригонометричних функцій (через 1°)

Таблиця 3

α°	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	α°
0	0,0000	1,0000	0,0000	$\pm \infty$	0
1	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	1
2	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	2
3	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	3
4	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	4
5	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	5
6	0,1045	0,9945	0,1051	9,514	6
7	0,1219	0,9925	0,1228	8,144	7
8	0,1392	0,9903	0,1405	7,115	8
9	0,1564	0,9877	0,1584	6,314	9
10	0,1736	0,9848	0,1763	5,671	10
11	0,1908	0,9816	0,1944	5,145	11
12	0,2079	0,9781	0,2126	4,705	12
13	0,2250	0,9744	0,2309	4,331	13
14	0,2419	0,9703	0,2493	4,011	14
15	0,2588	0,9659	0,2679	3,732	15
16	0,2756	0,9613	0,2867	3,487	16
17	0,2924	0,9563	0,3057	3,271	17
18	0,3090	0,9511	0,3249	3,078	18
19	0,3256	0,9455	0,3443	2,904	19
20	0,3420	0,9397	0,3640	2,747	20
21	0,3584	0,9336	0,3839	2,605	21
22	0,3746	0,9272	0,4040	2,475	22
23	0,3907	0,9205	0,4245	2,356	23
24	0,4067	0,9135	0,4452	2,246	24
25	0,4246	0,9063	0,4663	2,145	25
26	0,4384	0,8988	0,4877	2,050	26
27	0,4540	0,8910	0,5095	1,963	27
28	0,4695	0,8829	0,5317	1,881	28

29	0,4848	0,8746	0,5543	1,804	29
30	0,5000	0,8660	0,5774	1,732	30
31	0,5150	0,8572	0,6009	1,664	31
32	0,5299	0,8480	0,6249	1,600	32
33	0,5446	0,8387	0,6494	1,540	33
34	0,5592	0,8290	0,6745	1,483	34
35	0,5736	0,8192	0,7002	1,428	35
36	0,5878	0,8090	0,7265	1,376	36
37	0,6018	0,7986	0,7536	1,327	37
38	0,6157	0,7880	0,7813	1,280	38

Продовження табл. 3

α°	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	α°
39	0,6293	0,7771	0,8096	1,235	39
40	0,6428	0,7660	0,8391	1,192	40
41	0,6561	0,7547	0,8693	1,150	41
42	0,6691	0,7431	0,9004	1,111	42
43	0,6820	0,7314	0,9325	1,072	43
44	0,6947	0,7193	0,9657	1,036	44
45	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	45
46	0,7193	0,6947	1,036	0,9657	46
47	0,7314	0,6820	1,072	0,9325	47
48	0,7431	0,6691	1,111	0,9004	48
49	0,7547	0,6561	1,150	0,8693	49
50	0,7660	0,6428	1,192	0,8391	50
51	0,7771	0,6293	1,235	0,8096	51
52	0,7880	0,6157	1,280	0,7813	52
53	0,7986	0,6018	1,327	0,7536	53
54	0,8090	0,5878	1,376	0,7265	54
55	0,8192	0,5736	1,428	0,7002	55
56	0,8290	0,5592	1,483	0,6745	56
57	0,8387	0,5446	1,540	0,6494	57
58	0,8480	0,5299	1,600	0,6249	58

59	0,8572	0,5150	1,664	0,6009	59
60	0,8660	0,5000	1,732	0,5774	60
61	0,8746	0,4848	1,804	0,5543	61
62	0,8829	0,4695	1,881	0,5317	62
63	0,8910	0,4540	1,963	0,5059	63
64	0,8988	0,4384	2,050	0,4877	64
65	0,9063	0,4246	2,145	0,4663	65
66	0,9135	0,4067	2,246	0,4452	66
67	0,9205	0,3907	2,356	0,4245	67
68	0,9272	0,3746	2,475	0,4040	68
69	0,9336	0,3584	2,605	0,3839	69
70	0,9397	0,3420	2,747	0,3640	70
71	0,9455	0,3256	2,904	0,3443	71
72	0,9511	0,3090	3,078	0,3249	72
73	0,9563	0,2924	3,271	0,3057	73
74	0,9613	0,2756	3,487	0,2867	74
75	0,9659	0,2588	3,732	0,2679	75

Продовження табл. 3

α°	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	α°
76	0,9703	0,2419	4,011	0,2493	76
77	0,9744	0,2250	4,331	0,2309	77
78	0,9781	0,2079	4,705	0,2126	78
79	0,9816	0,1908	5,145	0,1944	79
80	0,9848	0,1736	5,671	0,1763	80
81	0,9877	0,1564	6,314	0,1584	81
82	0,9903	0,1392	7,115	0,1405	82
83	0,9925	0,1219	8,144	0,1228	83
84	0,9945	0,1045	9,514	0,1051	84
85	0,9962	0,0872	11,430	0,0815	85
86	0,9976	0,0698	14,301	0,0699	86
87	0,9986	0,0523	19,081	0,0524	87
88	0,9994	0,0349	28,636	0,0349	88
89	0,9998	0,0175	57,290	0,0175	89
90	1,0000`	0,000	$\pm \infty$	0,000	90

Відомості з математики

Пропорція $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

1. $ad = bc$; 2. $a = \frac{bc}{d}$; 3. $b = \frac{ad}{c}$; 4. $c = \frac{ad}{b}$; 5. $d = \frac{bc}{a}$.

Основні правила алгебраїчних перетворень

1. $(-a) \cdot (-b) = +ab$; $(-a) \cdot (+b) = -ab$;

2. $(-a) : (-b) = +\frac{a}{b}$; $a : (-b) = -\frac{a}{b}$;

3. $(ab)^n = a^n b^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$;

4. $a^m a^n = a^{m+n}$, наприклад, $10^3 \cdot 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$;

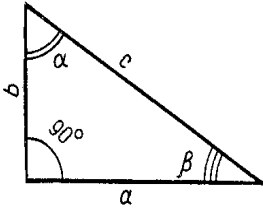
5. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, наприклад, $\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$;

6. $(a^m)^n = a^{mn}$, наприклад, $(10^3)^2 = 10^{3 \cdot 2} = 10^6$;

7. $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$, наприклад, $\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$;

Прямокутний трикутник

Позначення: a, b – катети, c – гіпотенуза, S – площа.



$$a^2 + b^2 = c^2; \quad \alpha + \beta = 90^\circ; \quad S = \frac{ab}{2};$$

$$\sin \alpha = \cos \beta = \frac{a}{c}; \quad \sin \beta = \cos \alpha = \frac{b}{c};$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}; \quad \tan \beta = \frac{b}{a};$$

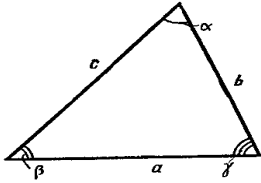
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha} = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\sin \beta};$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = c \cdot \sin \alpha = c \cdot \cos \beta = b \cdot \tan \alpha = b \cdot \cot \beta$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = c \cdot \sin \beta = c \cdot \cos \alpha = a \cdot \tan \beta = a \cdot \cot \alpha$$

Косокутний трикутник

Позначення: a, b, c – сторони, α, β, γ – протилежні їм кути, S – площа.



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad (\text{теорема синусів})$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad (\text{теорема косинусів})$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma \quad (\text{площа трикутника})$$

